



unioeste

Universidade Estadual do Oeste do Paraná

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

COLEGIADO DE MATEMÁTICA

Licenciatura Em Matemática

UNIOESTE- CAMPUS DE CASCAVEL

CARLOS HENRIQUE DA ROCHA PÍRES

LEONARDO LUIZ LUZZI

MARCOS VINÍCIUS DA SILVA

**RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE
MATEMÁTICA:**

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

Cascavel

2025

CARLOS HENRIQUE DA ROCHA PÍRES
LEONARDO LUIZ LUZZI
MARCOS VINÍCIUS DA SILVA

**RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE
MATEMÁTICA:**

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial
da disciplina para aprovação. Orientador:
Prof. Plínio Lucas Dias Andrade

CASCADEL
2025

Lista de figuras

Figura 1: Diagrama de Venn Kahoot.....	44
Figura 2: Polígonos côncavos e convexos	52
Figura 3: Tipos de polígonos	53
Figura 4: Remador triângulo isósceles	66
Figura 5: Semelhança de triângulos - recortes	67
Figura 6: Semelhança de triângulos - exemplo	69
Figura 7: Ponto reta e plano	77
Figura 8: elementos da circunferência	77
Figura 9: Poliedros.....	79
Figura 10: esfera	79
Figura 11: Nomenclatura poliedros	80
Figura 12: Prismas	80
Figura 13- Pirâmides.....	80
Figura 14: Relação de euler diagonais	81
Figura 15: Dodecaedro planificado.....	82
Figura 16: Cubo planificado	82
Figura 17: Icosaedro planificado	83
Figura 18: Octaedro planificado.....	83
Figura 19: Tetraedro planificado.....	84
Figura 20: expressões numéricas.....	92
Figura 21: lei de formação de uma sequência	93
Figura 22: lei de formação de sequência 2.....	95
Figura 23: expressão algébrica por área	96
Figura 24: Monômios em área.....	99
Figura 25: elementos de uma equação.....	107
Figura 26: Relação de equivalência.....	108
Figura 27: Construção do Plano Cartesiano	123
Figura 28: Plano Cartesiano.....	123
Figura 29: Diagrama de Flechas	125

Sumário

Lista de figuras	3
Introdução.....	5
PROMAT 2025	6
Artigo.....	6
Cronograma.....	13
1º Encontro – 10/05/2025	13
1.1 Plano de aula	13
1.2 Lista de exercícios.....	19
1.3 Relatório.....	25
2º Encontro – 17/05/2025	26
2.1 Plano de aula	26
2.2 Lista de exercícios.....	34
2.3 Relatório.....	37
3º Encontro – 24/05/2025	39
3.1 Plano de aula	39
3.2 Lista de exercícios.....	46
3.3 Relatório.....	49
4º Encontro – 31/05/2025	50
4.1 Plano de aula	50
4.2 Lista de exercícios.....	56
4.3 Relatório.....	63
5º Encontro - 07/06/2025	64
5.1 Plano de aula	64
5.2 Lista de exercícios.....	70
5.3 Relatório.....	74
6º Encontro – 14/06/2025	76
6.1 Plano de aula	76
6.2 Lista de exercícios.....	85
6.3 Relatório.....	89
7º Encontro – 21/06/2025	90
7.1 Plano de aula	90
7.2 Lista de exercícios.....	101

7.3 Relatório.....	105
8º Encontro – 28/06/2025	106
8.1 Plano de aula	106
8.2 Lista de exercícios.....	116
8.3 Relatório.....	120
9º Encontro – 05/07/2025	121
9.1 Plano de aula	121
9.2 Lista de exercícios.....	128
9.3 Relatório.....	133
10º Encontro 12/07/2025	134
10.1 Plano de aula	134
10.2 Relatório	138
Considerações finais	139

Introdução

O presente relatório descreve as atividades desenvolvidas na parte prática da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, ministrada pela Professora Doutora Arleni Elise Sella Langer, com a orientação do Professor Doutor Plínio Lucas Dias Andrade, realizado na Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, que se localiza na Rua Universitária, número 2069, bairro Jardim Universitário, do município de Cascavel – PR. Em particular, serão descritas as atividades desenvolvidas durante o Programa de acesso e de permanência de estudantes da rede pública de ensino em universidades públicas (PROMAT).

O PROMAT consiste em um curso preparatório de matemática, o qual tem como público-alvo principal alunos do ensino médio da rede pública interessados em aprofundar seus conhecimentos e ingressar em uma universidade pública. O curso também atende calouros matriculados nos cursos de graduação da Unioeste campus de Cascavel.

Nesta etapa os conteúdos trabalhados foram do ensino fundamental anos finais, ou seja, os conteúdos do quinto ao nono ano. O curso foi estruturado baseando-

se nas principais dificuldades ou defasagens notadas em alunos do ensino médio, no que se refere, principalmente à matemática básica, bem como conteúdos que são necessários para a compreensão da grade curricular matemática do ensino médio.

Além da descrição das atividades do Promat, como planos de aula, atividades entregues aos alunos, relatórios descrevendo os acontecimentos dos encontros, será apresentado um artigo além das considerações finais.

PROMAT 2025

O PROMAT é um curso focado em conteúdos Matemáticos, sendo uma iniciativa promovida pela Unioeste por meio do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática campus de Cascavel.

O curso tem como público-alvo principalmente para alunos do Ensino Médio que desejam se preparar para vestibulares e concursos, aceitando também calouros do curso de licenciatura em Matemática ou qualquer outro curso do campus, ou seja, o projeto também recebe quem tem interesse em ampliar seus conhecimentos na área. As aulas acontecem na universidade aos sábados pela manhã e são organizadas em duas fases, cada uma com dez encontros.

Durante a primeira fase, comandada pelos cursantes da disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, são revisados os conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental mais cobrados em provas como o ENEM e vestibular da Unioeste, assim como conteúdos onde observa-se maior dificuldade por parte dos alunos e que necessitam de um reforço ou retomada. Os encontros são organizados com foco no uso de metodologias diferenciadas.

Na segunda fase, o foco são os conteúdos do Ensino Médio, e os encontros são ministrados pelos alunos da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado II, seguindo o mesmo padrão de metodologias trabalhados na primeira fase. O PROMAT visa, portanto, oferecer uma preparação complementar, com uso de diferentes metodologias para fortalecer o saber matemático dos alunos, potencializando o ensino e aprendizagem.

Artigo

Comparativos entre o ensino tradicional e o não-tradicional: um relato de experiência no PROMAT

Carlos Henrique da Rocha Pires

Unioeste-Cascavel/PR

carlos.pires9@unioeste.br

Leonardo Luiz Luzzi

Unioeste-Cascavel/PR

leonardo.luzzi@unioeste.br

Marcos Vinícius da Silva

Unioeste-Cascavel/PR

Marcos.silva29@unioeste.br

Resumo:

Este artigo apresenta um relato de experiência docente vivenciado no projeto PROMAT, um curso preparatório de Matemática oferecido pela Unioeste aos sábados, destinado a alunos do ensino médio e calouros da graduação. A proposta inicial dos estagiários era utilizar metodologias ativas e não-tradicionais para revisar conteúdos fundamentais. No entanto, diante das dificuldades conceituais observadas nos alunos, possivelmente acentuadas pelo ensino remoto durante a pandemia, foi necessário reavaliar a abordagem adotada. O artigo discute, com base em autores como Oliveira, Freire, Skovsmose e Libâneo, os limites e potencialidades do ensino tradicional e não-tradicional no ensino de Matemática, defendendo uma dosagem consciente entre ambos. A partir da prática no PROMAT, concluiu-se que a escolha metodológica deve considerar o nível de compreensão dos alunos, o conteúdo a ser ensinado e o contexto sociocultural, priorizando uma abordagem híbrida que garanta o acesso ao conhecimento sistematizado sem abrir mão da criticidade e do diálogo.

Palavra- chave: PROMAT, Matemática, Ensino de Matemática, Metodologias Ativas, Ensino Tradicional, Estágio Supervisionado.

Introdução

Apresentaremos, por meio do presente artigo, um relato de nossa experiência enquanto estagiários responsáveis por uma das turmas do PROMAT, um projeto que promove

aulas de Matemática em caráter de revisão de conteúdos para alunos do ensino médio e calouros dos cursos de graduação da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste. Discorreremos especificamente sobre a necessidade de adaptar nossas estratégias metodológicas previamente estabelecidas diante das dificuldades conceituais apresentadas pelos alunos. Neste contexto, refletimos sobre como a prática docente tradicional e não-tradicional devem ser dosadas adequadamente para atender as necessidades dos alunos com defasagens de conhecimentos prévios. Além disso, uma breve revisão literária sobre o tema será conduzida ao longo do texto.

O Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: um enfoque à área de Matemática (PROMAT) é um projeto de Ensino que promove semestralmente cursos preparatórios de matemática para alunos do Ensino Médio e ingressantes dos cursos de graduação da Unioeste Campus de Cascavel. Os dez encontros com duração de quatro horas-aula, acontecem aos sábados pela manhã, sendo ministrados por alunos do 3º e 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática como parte prática da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I e II.

Embora nosso público fosse formado predominantemente por alunos do Ensino Médio (tínhamos apenas um aluno de graduação), nosso objetivo era revisar conceitos matemáticos importantes do Ensino Fundamental. Após os primeiros encontros, percebemos que o uso de metodologias não-tradicionais voltadas para a revisão dos conteúdos não se mostrava eficaz, uma vez que se os alunos não haviam assimilado os conteúdos anteriormente, a revisão não fazia sentido. Assim, começamos a refletir sobre o ensino tradicional e não-tradicional, e como ambos podem ser dosados de maneira estratégica para potencializar a aprendizagem, sobretudo nestes contextos marcados por alunos com defasagens de conteúdos - como era o caso de muitos dos nossos alunos, cuja defasagem pode ter sido agravada pelo uso do ensino remoto no período da pandemia do Covid-19.

Ensino tradicional e não-tradicional: concepções e contrapontos

Segundo Oliveira (2019), as metodologias de ensino podem ser compreendidas a partir de dois grandes eixos: o ensino tradicional, pautado na transmissão direta do conteúdo e na centralidade do professor; e o ensino não-tradicional, que valoriza a construção do conhecimento pelo aluno, a partir de experiências, contextos e saberes prévios. Quando abordamos pontos da educação matemática, ao pensarmos na metodologia tradicional, estamos dizendo que na prática o professor apresenta algumas ideias e técnicas

matemáticas, demonstrando um exemplo em algumas vezes, e após, os alunos trabalham na resolução de exercícios. Esse método é analisado por vários pensadores críticos, Skovsmose (2000) se refere a isso como a prática do paradigma do exercício, enquanto Freire (1996) elenca como a educação bancária, entre outros.

Freire (1996) propõe uma pedagogia dialógica, que parte da realidade do educando e valoriza a problematização. Skovsmose (2000), por sua vez, defende a matemática crítica, na qual o conteúdo matemático deve estar em diálogo com a cidadania, as práticas sociais e a realidade do estudante. Por outro lado, o filósofo Ludwig Wittgenstein (1999) ao refletir sobre linguagem e significado, aponta que certos conceitos abstratos, como os da matemática, não podem ser completamente compreendidos apenas por meio de vivências cotidianas. Em alguns casos, o método tradicional, baseado em definições, exemplos e exercícios sistemáticos, pode ser útil para a apreensão dos significados.

Acreditamos que as abordagens apresentam virtudes e limitações. O ensino não-tradicional pode promover sentido, engajamento e desenvolvimento do pensamento crítico. Porém, ele pode ser insuficiente para certos conteúdos matemáticos mais formais, como a nomenclatura de figuras geométricas ou a resolução algébrica de equações. Já o ensino tradicional, quando utilizado isoladamente, tende à passividade e à desmotivação, já que trata de algo monótono, no qual apenas o professor se faz visto. Contudo também pode ser eficiente para a estruturação conceitual e a sistematização dos conteúdos e se bem trabalhado os alunos conseguem participar ativamente.

A experiência no PROMAT: entre teoria e prática

Por ser uma fase do estágio dos alunos da graduação em Licenciatura em Matemática, o PROMAT serve como um tipo de laboratório no qual os estagiários podem, de maneira criativa e inovadora, promover momentos diferentes daqueles usualmente vividos pelos estudantes na escola. A ideia é que os encontros sejam mais atrativos e dinâmicos, valorizando a revisão dos conteúdos que abordados, o que é plausível, visto que estes participantes se deslocam até o local em um dia diferente dos dias normais de aula.

Nesse projeto, a ideia era socializar a revisão dos conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental II. Justamente por se tratar de uma revisão, optamos por trabalhar com

metodologias ativas, como gamificação¹, rotações por estações², entre outras. Espera-se que os envolvidos criem formas de entender aquele conteúdo anteriormente trabalhado, com o objetivo de colocar o aluno no polo ativo da produção do conhecimento. Estas metodologias parecem partir da premissa de que o aluno possui um determinado conhecimento prévio, necessário para compreender aquele conteúdo, de modo que sua participação seja efetiva.

Nem todas as metodologias ativas necessitam de um conhecimento prévio para que sejam aplicadas. Um exemplo é a modelagem matemática, onde o aluno vai construindo o conhecimento através da investigação.

Como base nessas metodologias, pensamos em algumas ideias de como trabalhar os conteúdos programados durante os dez encontros, mas nenhuma decisão foi tomada sem antes avaliar a turma no primeiro encontro. Assim, optamos por um primeiro encontro mais tranquilo, para conhecer os alunos e verificar suas diferenças. Após este primeiro contato, percebemos uma turma mais apática, um tanto quanto calma e, assim, fomos utilizando metodologias diferenciadas para trabalhar com os alunos.

A prática no PROMAT nos mostrou que, embora tenhamos iniciado com uma abordagem mais investigativa e contextualizada, foi necessário, a partir quinto encontro, redirecionar nossas estratégias a partir da observação sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos. Muitos deles com defasagens em conteúdos considerados elementares, como operações básicas, frações, porcentagens e álgebra introdutória. Outro aspecto que veio à tona foi a percepção de que a aprendizagem matemática exige, em muitos casos, uma progressão lógica e estruturada. A construção do conhecimento matemático, diferentemente de outras áreas, demanda a assimilação de uma linguagem específica, formal e simbólica, que nem sempre pode ser deduzida apenas da vivência concreta ou do cotidiano dos alunos. Isso implica que, antes de se propor problemas contextualizados ou desafiadores, é necessário que o estudante domine certos procedimentos básicos e compreenda os significados atribuídos aos conceitos matemáticos.

Estas constatações reforçam a ideia de que a sistematização teórica e o trabalho com definições, exemplos e exercícios dirigidos, característicos do ensino tradicional não devem ser descartados, mas incorporados de forma estratégica e com intencionalidade pedagógica. Assim, o ensino tradicional, quando bem conduzido, pode atuar como alicerce formativo para

¹ Gamificação consiste em uma metodologia que utiliza alguns elementos presentes em jogos como a competitividade, estratégia e premiação para engajar e motivar os alunos.

² Rotação por estações é uma metodologia ativa em que os alunos passam por estações com diferentes atividades que utilizam diferentes recursos para trabalhar determinado conteúdo.

que, posteriormente, o aluno consiga transitar por práticas mais investigativas com mais autonomia e criticidade.

Acreditamos que grande parte dessas dificuldades se devam à ausência de um contato efetivo com os conteúdos durante os anos de ensino remoto na pandemia. Assim, os alunos não estavam apenas revisando, pois para muitos, tratava-se de um primeiro contato significativo com os conteúdos. Diante disso, acreditamos que as metodologias exclusivamente não-tradicionais não estavam surtindo o efeito desejado.

Ao final do sexto encontro, optamos por realizar uma dosagem metodológica consciente, intercalando momentos de ensino direto (explanação de conceitos, resolução de exercícios com mediação do professor) e da realização de exercícios, quando possível um problema. Principalmente por perceber que vários alunos tinham como dificuldade conteúdos elementares, então era de se perceber que com o tempo de aula e com uma sala não tão abundante, seria possível os estagiários auxiliarem os alunos de maneira intensiva, tirando as dúvidas necessárias para que fosse sanado os lapsos de não entendimento. Tentávamos garantir que o aluno tivesse um entendimento do conteúdo apresentado, levando em consideração que os estagiários acreditavam que os conteúdos eram necessários para a formação matemática dos alunos.

Reflexões finais: a dosagem como caminho possível

Com base na experiência vivida e nas leituras realizadas, entendemos que o ponto central não está na escolha entre o ensino tradicional ou não-tradicional, mas sim na dosagem consciente e planejada de ambos, visto que nem todos os conteúdos podem ser transferidos para uma metodologia ativa e comparados com algo do cotidiano dos alunos. Levando em conta ainda, a sala que o professor recebe e as suas diferenças e dificuldades, é necessária uma análise, considerando:

- O nível de compreensão dos alunos;
- As características do conteúdo a ser trabalhado;
- O contexto sociocultural dos educandos;
- E os objetivos pedagógicos do encontro.

Autores como Antônio Joaquim Severino (2007) e José Carlos Libâneo (1990) já haviam destacado a importância de metodologias híbridas e contextualizadas. Libâneo (1990) defende uma pedagogia que combine transmissão e construção, respeitando os níveis de desenvolvimento dos alunos e proporcionando acesso ao conhecimento sistematizado de forma significativa. Como reforça o autor a prática pedagógica não se resume à aplicação de

métodos, mas implica uma ação intencional que considera os sujeitos da aprendizagem, o conhecimento e os objetivos educativos (Libâneo, 1990, p.15-30). Essa abordagem reforça a importância da intencionalidade docente na escolha metodológica, especialmente em contextos de defasagem como o que vivenciamos no PROMAT.

Freire (1996, p.21) enfatiza que "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção". Essa concepção coloca o educador como mediador do processo de aprendizagem, alguém que reconhece a realidade dos alunos e parte dela para construir saberes significativos. No contexto do PROMAT, essa ideia se mostrou fundamental para manter o diálogo com os alunos, mesmo quando optamos por momentos de ensino mais estruturados. A escuta atenta e a valorização das vivências dos estudantes foram estratégias importantes para promover a participação e o engajamento, ainda que o conteúdo exigisse, em certos momentos, explicações mais diretas e sistematizadas.

Portanto, quando se trata de estudantes com lacunas formativas, como observamos no PROMAT, a ênfase deve estar em garantir o acesso ao conhecimento matemático com clareza, mas sem renunciar à criticidade, do diálogo e da contextualização.

Referências

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. Campinas: Cortez, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

OLIVEIRA, Marcelo S. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Boletim online de Educação Matemática**, v. 7, n. 14, p. 79-93, 2019. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816>. Acessado em: 24 jul. 2025.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66–91, 2000.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultura, 1999.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007.

Cronograma

Foi estipulado o seguinte cronograma para cada um dos encontros:

- 10/05/2025: Abertura com acolhimento, Conjuntos Numéricos e Operações básicas;
- 17/05/2025: Fração e Porcentagem;
- 24/05/2025: Grandezas, Proporção e Regra de Três;
- 31/05/2025: Polígonos;
- 07/06/2025: Triângulos;
- 14/06/2025: Circunferência e Sólidos Geométricos;
- 21/06/2025: Expressões Numéricas e Algébricas;
- 28/06/2025: Equações do Primeiro Grau;
- 05/07/2025: Funções do Primeiro Grau;
- 12/07/2025: Encerramento com gincana e socialização com lanche organizado pelos alunos do curso.

1º Encontro – 10/05/2025

1.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-Alvo: Alunos do ensino médio da Rede Pública de ensino – NRE Cascavel, inscritos no projeto.

Conteúdos: Números, Conjuntos Numéricos, operações básicas, operações entre conjuntos e expressões numéricas.

Objetivo Geral: Identificar os símbolos das quatro operações matemáticas básicas. Reconhecer as propriedades da adição e multiplicação (comutativa, associativa, elemento neutro). Interpretar problemas simples do cotidiano envolvendo operações. Resolver problemas envolvendo as quatro operações com números naturais e inteiros. Reconhecer os conjuntos numéricos (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{R}). Identificar elementos de um conjunto. Nomear símbolos usados na teoria dos conjuntos (\in , \cup , \cap , \subset , \emptyset). Classificar

objetos em conjuntos de acordo com critérios definidos. Explicar o significado das operações união, interseção e diferença de conjuntos.

Objetivos específicos: Comparar diferentes estratégias de cálculo para resolver um problema. Identificar erros em cálculos e justificar a correção. Avaliar se uma representação com diagramas de Venn está correta. Justificar a escolha de conjuntos em classificações de dados.

Metodologia: Tempestade de ideias; aula dialogada com exemplos visuais e analogias do cotidiano; atividade prática curta: Identificação de conjuntos de números em listas variadas; resolução de questões de vestibulares; correção coletiva comentada.

Encaminhamentos Metodológicos:

1ª Aula: Acolhimento (50 min) - Atividade diagnóstica com tempestade de ideias.

Após o acolhimento dos alunos e organização da sala de aula, iniciaremos com o quadro preenchido com a palavra “matemática” centralizado para discussão com os alunos a partir de alguns questionamentos, por exemplo:

- O que é matemática?
- Onde vemos a matemática?
- Figuras conhecidas da matemática (frisar que não eram apenas matemáticos, mas filósofos e pensadores).
- História da matemática e da educação.
- Qual o objetivo de os alunos estarem no PROMAT?
- Quais as maiores dificuldades que reconhecem em si mesmos como obstáculos na compreensão e aprendizagem da matemática?
- Decorar ou aprender?

2ª Aula: Conjuntos Numéricos (50 min). Revisaremos os conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} (contexto histórico e explicação das letras dos conjuntos).

História das siglas dos conjuntos:

- **N (Naturais):** A letra "N" refere-se à palavra "natural", que vem do latim "naturalis", indicando algo que ocorre naturalmente.

- \mathbb{Z} (**Inteiros**): A letra "Z" é uma adaptação da palavra alemã "Zahlen", que significa "números" ou "algarismos".
- \mathbb{Q} (**Racionais**): A letra "Q" deriva de "quociente", pois os números racionais podem ser representados por frações, que são o resultado de uma divisão.
- \mathbb{R} (**Reais**): A letra "R" é uma referência ao conceito de "real", indicando números que representam grandezas mensuráveis.

Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N}): São os números que usamos para contar objetos. Começam no zero (algumas definições não incluem o zero) indo até o infinito positivo. Embora seja possível calcular a diferença de números naturais, o resultado pode não ser um número natural.

Exemplos: 0, 1, 2, 3, 10, 100, 1000...

Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z}): Incluem todos os números naturais, seus opostos negativos e o zero. Resolve o problema das subtrações indefinidas do conjunto dos números naturais. No entanto, embora a divisão de inteiros possa resultar em um inteiro, o resultado da divisão de inteiros, em geral, não é inteira.

Exemplos: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...

Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q}): São todos os números que podem ser expressos como uma fração $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero. Tem como característica o fato de conter todos os números inteiros, já que qualquer inteiro n pode ser escrito como $n/1$. Incluem as frações (positivas e negativas), incluem os decimais finitos (ex: $0,5 = 1/2$) e os decimais infinitos periódicos (ex: $0,333... = 1/3$). Resolve o problema da divisão de inteiros discutida anteriormente.

Exemplos: 21, -43, 0.75, -0.125, 0.333..., 5 (15), -10 (1-10) ...

Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R}): Abrange todos os números racionais e os números irracionais, isto é, números que não podem ser expressos como um quociente de dois inteiros. Tem como características conter, além dos números racionais (\mathbb{Q}), os números irracionais, que são decimais infinitos não periódicos, por exemplo $\sqrt{2} \approx 1.4142135 \dots$, $\pi \approx 3.1415926 \dots$, $e \approx 2.71828 \dots$. Podem ser representados por pontos em uma reta numérica contínua.

Exemplos: 5, $-\pi$, -1.8, -31, 0, 27, 3.1416, 10, e ...

Os naturais são os números mais básicos, usados para contagem; os inteiros expandem os naturais incluindo os negativos; os racionais expandem os inteiros incluindo frações e decimais finitos/periódicos; e os reais formam o conjunto mais abrangente, incluindo todos os racionais e os irracionais.

Intersecção de conjuntos (\cap): Dados dois conjuntos A e B , a intersecção de A e B é definida como: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$, ou seja, é o conjunto contém apenas os elementos que são comuns aos conjuntos envolvidos.

Exemplo: Se $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{3,5,6,7\}$, então $A \cap B = \{3,5\}$.

União de conjuntos (\cup): Dados dois conjuntos A e B , a união de A e B é definida como: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$, onde a união contém todos os elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos envolvidos.

Exemplo: Se $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{3,5,6,7\}$, então $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.

3ª Aula Operações Básicas e Propriedades (50 min). Recordaremos as operações básicas e suas propriedades.

Adição (+) A adição combina dois ou mais números (chamados de parcelas) para obter um total (chamado de soma ou total).

Exemplo: $3 + 5 = 8$ (3 e 5 são as parcelas, 8 é a soma).

Propriedades da Adição:

- Comutativa: A ordem das parcelas não altera a soma.

Exemplo: $4 + 7 = 11$ e $7 + 4 = 11$

Formalmente: $a + b = b + a$

- Associativa: A forma como as parcelas são agrupadas não altera a soma.

Exemplo: $(2 + 3) + 5 = 5 + 5 = 10$ e $2 + (3 + 5) = 2 + 8 = 10$

Formalmente: $(a + b) + c = a + (b + c)$

- Elemento Neutro: Existe um número (o zero) que, quando adicionado a qualquer outro número, não altera esse número.

Exemplo: $9 + 0 = 9$ e $0 + 15 = 15$

Formalmente: $a + 0 = a$ e $0 + a = a$

- Fechamento: A soma de dois números pertencentes a um determinado conjunto numérico (como naturais, inteiros, racionais ou reais) também pertence a esse conjunto.

Exemplo: $2 \in \mathbb{N}$ e $7 \in \mathbb{N}$, então $2 + 7 = 9 \in \mathbb{N}$.

Subtração (–): A subtração fornece a diferença entre dois números (o minuendo e o subtraendo), resultando na diferença ou resto.

Exemplo: $10 - 4 = 6$ (10 é o minuendo, 4 é o subtraendo, 6 é a diferença).

Propriedades da Subtração:

- A ordem dos números altera o resultado;
- Exemplo: $8 - 3 = 5$, mas $3 - 8 = -5$;
- Formalmente: $a - b \neq b - a$ se $a > 0$ e $b > 0$;
- A forma como os números são agrupados altera o resultado;

Exemplo: $(7 - 2) - 1 = 5 - 1 = 4$, mas $7 - (2 - 1) = 7 - 1 = 6$

- Elemento Neutro à Direita: Subtrair zero de um número não altera esse número.

Exemplo: $12 - 0 = 12$

Formalmente: $a - 0 = a$

- Fechamento (Restrito): A subtração é fechada no conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z}), racionais (\mathbb{Q}) e reais (\mathbb{R}), mas não nos números naturais (\mathbb{N}) (ex: $3 - 5 = -2 \notin \mathbb{N}$).

Multiplicação (\times ou \cdot ou \bullet): A multiplicação é uma forma de adição repetida. Ela combina dois números (chamados de fatores) para obter um produto.

Exemplo: $4 \times 3 = 12$ (4 e 3 são os fatores, 12 é o produto), que é o mesmo que $3 + 3 + 3 = 12$.

Propriedades da Multiplicação:

- Comutativa: A ordem dos fatores não altera o produto.

Exemplo: $6 \times 2 = 12$ e $2 \times 6 = 12$

Formalmente: $a \times b = b \times a$

- Associativa: A forma como os fatores são agrupados não altera o produto.

Exemplo: $(2 \times 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$ e $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$

Formalmente: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

- Elemento Neutro: Existe um número (o um) que, quando multiplicado por qualquer outro número, não altera esse número.

Exemplo: $7 \times 1 = 7$ e $1 \times 11 = 11$

Formalmente: $a \times 1 = a$ e $1 \times a = a$

- Elemento Absorvente: Existe um número (o zero) que, quando multiplicado por qualquer outro número, resulta em zero.

Exemplo: $5 \times 0 = 0$ e $0 \times (-3) = 0$

Formalmente: $a \times 0 = 0$ e $0 \times a = 0$

- Fechamento: O produto de dois números pertencentes a um determinado conjunto numérico (como naturais, inteiros, racionais ou reais) também pertence a esse conjunto.

Exemplo: $21 \in Q$ e $43 \in Q$, então $21 \times 43 = 83 \in Q$.

Divisão (\div ou $/$): A divisão reparte um número (o dividendo) em partes iguais de acordo com outro número (o divisor), resultando no quociente. Se a divisão não for exata, há um resto.

Exemplo: $12 \div 3 = 4$ (12 é o dividendo, 3 é o divisor, 4 é o quociente). Isso significa que 12 pode ser dividido em 3 grupos de 4.

Exemplo com resto: $13 \div 3 = 4$ com resto 1 (13 dividido por 3 dá 4 grupos de 3, com 1 sobrando).

Propriedades da Divisão:

- A ordem dos números altera o resultado.

Exemplo: $10 \div 2 = 5$, mas $2 \div 10 = 0.2$

Formalmente: $a \div b \neq b \div a$, quando $a \neq b$.

- A forma como os números são agrupados altera o resultado.

Exemplo: $(8 \div 4) \div 2 = 2 \div 2 = 1$, mas $8 \div (4 \div 2) = 8 \div 2 = 4$

Formalmente: $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$ (em geral)

- Elemento Neutro à Direita: Dividir um número por um não altera esse número.

Exemplo: $15 \div 1 = 15$

Formalmente: $a \div 1 = a$

- Divisão por Zero é Indefinida: Dividir qualquer número por zero não tem sentido na matemática padrão.

Formalmente: $a \div 0$ é indefinido.

Comentaremos que compreender essas operações e suas propriedades é fundamental para construir uma base sólida em matemática e para resolver problemas em diversas áreas do conhecimento. Encorajaremos os alunos a manifestarem suas dúvidas após as explicações.

4ª Aula revisão e questões desafiadoras (50 min)

Resolução de lista de exercícios. Avaliação Diagnóstica e Formativa com participação nas atividades.

Referências

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO FILHO, Benigno. **Matemática aula por aula**. 2. ed. renov. São Paulo: FTD, 2005. (Coleção Matemática aula por aula).

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**. Volume 1: ensino médio. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática: 6º ano**. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção A conquista da matemática).

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 6ª série**. 4. ed. reform. São Paulo: Atual, 2000.

1.2 Lista de exercícios

1 - (ENEM 2018) Uma escola tem 180 alunos. Sabe-se que 60 alunos gostam de matemática, 70 alunos gostam de português e 30 alunos gostam de matemática e português. Quantos alunos não gostam de nenhuma dessas duas matérias?

- a) 20
- b) 30
- c) 40
- d) 80
- e) 150

2 - (ENEM 2017) O conjunto dos números racionais é representado por:

- a) \mathbb{N}
- b) \mathbb{Z}
- c) \mathbb{Q}
- d) \mathbb{R}
- e) \mathbb{I}

3 - (UFMG) Se $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, então $A \cup B$ é:

- a) $\{1, 2\}$
- b) $\{3, 4\}$
- c) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- d) $\{1, 2, 3, 4, 3, 4, 5\}$

4 - (ESAL) Foi consultado um certo número de pessoas sobre as emissoras de TV que habitualmente assistem. Obteve-se o resultado seguinte: 300 pessoas assistem ao canal A, 270 pessoas assistem ao canal B, das quais 150 assistem ambos os canais A e B e 80 assistem a outros canais distintos de A e B. O número de pessoas entrevistadas foi:

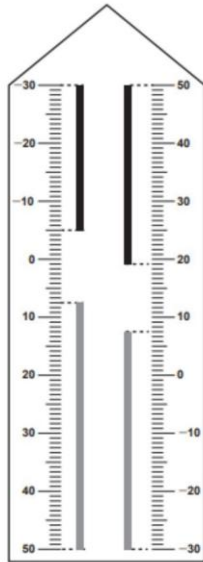
- a) 800
- b) 720
- c) 570
- d) 500
- e) 600

5 - (Enem/2004) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum; C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1. Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual

a:

- a) 135
- b) 126
- c) 118
- d) 114
- e) 110

6 - (Enem/2017) Neste modelo de termômetro, os filetes registram as temperaturas mínima e máxima do dia anterior e os filetes na cor cinza registram a temperatura ambiente atual, ou seja, no momento da leitura do termômetro.



Por isso ele tem duas colunas. Na da esquerda, os números estão em ordem crescente, de cima para baixo, de $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ até $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Na coluna da direita, os números estão ordenados de forma crescente, de baixo para cima, de $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ até $50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

A leitura é feita da seguinte maneira:

- a temperatura mínima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da esquerda.
- a temperatura máxima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da direita.
- a temperatura atual é indicada pelo nível superior nos filetes cinzas nas duas colunas.

Qual é a temperatura máxima mais aproximada registrada nesse termômetro?

- a) $5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b) $7\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c) $13\text{ }^{\circ}\text{C}$
- d) $15\text{ }^{\circ}\text{C}$
- e) $19\text{ }^{\circ}\text{C}$

7 - (Enem 2022) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- a) 2
- b) 3
- c) 6

d) 12

e) 24

8 - Enem (2022) Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R\$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.

O número escrito pelo estudante foi

a) 135 000,00

b) 1 350 000,00

c) 13 500 000,00

d) 135 000 000,00

e) 1 350 000 000,00

9 - (ENEM 2019) Se $a + b = 100$ e $a - b = 40$, qual o valor de $a^2 - b^2$?

a) 4000

b) 10000

c) 140

d) 400

10 - (ENEM 2015) Qual é o resultado de $1 - 0,25$?

a) 0,25

b) 0,50

c) 0,75

d) 1,25

11 - (Vestibular) Calcule: $[\sqrt{81} - 3^3 + 2^4]$:

a) 10

b) 25

c) 7

d) -2

12 - (ENEM 2014) Qual é o valor de 2 elevado à quinta potência?

a) 10

b) 16

c) 32

d) 64

13 - (ENEM 2013) Se 1 kg de feijão custa R\$ 2,50, quanto custará 5 kg de feijão?

- a) R\$ 2,50
- b) R\$ 7,50
- c) R\$ 10,00
- d) R\$ 12,50

14 - (ENEM 2012) Qual é o resultado de 100 dividido por 0,5?

- a) 50
- b) 100
- c) 150
- d) 200

15 - (ENEM 2020) O valor da expressão $[2 + 2.3 - 1]$:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

19 - (ENEM 2019) O valor de $[5^2 - \sqrt{16} + 3.2]$:

- a) 25
- b) 26
- c) 27
- d) 28
- e) 29

20 - (ENEM 2024) Uma empresa produz mochilas escolares sob encomenda. Essa empresa tem um custo total de produção, composto por um custo fixo, que não depende do número de mochilas, mais um custo variável, que é proporcional ao número de mochilas produzidas. O custo total cresce de forma linear, e a tabela apresenta esse custo para três quantidades de mochilas produzidas.

Quantidade de mochilas	30	50	100
Custo total (R\$)	1 050,00	1 650,00	3 150,00

O custo total, em real, para a produção de 80 mochilas será

- a) R\$ 2.400,00.

- b) R\$ 2.520,00.
- c) R\$ 2.550,00.
- d) R\$ 2.700,00.
- e) R\$ 2.800,00.

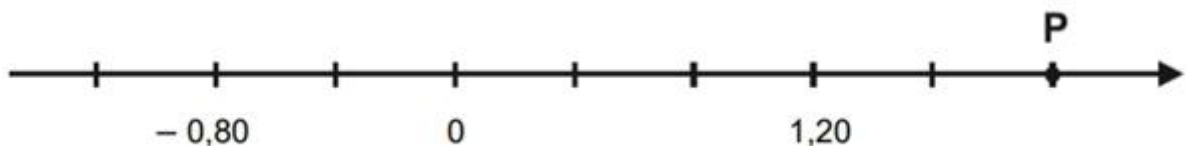
21 - Mari preparou uma quantidade de solução de fertilizante orgânico líquido diluído em água para regar suas 15 mudas de rosas. Cada muda foi regada com 25,4 ml dessa solução, e ainda sobraram 10,5 ml que foram armazenados para uso futuro. Qual foi a quantidade de solução preparada por Mari?

- a) 182,9 ml
- b) 381 ml
- c) 391,5 ml
- d) 538,5 ml

22 - Cícero foi a uma loja de variedades em que todos os produtos têm o mesmo preço. Nessa loja, ele comprou 4 potes de plástico e alguns copos, pagando R\$ 60,00 no total. A quantidade de copos que Cícero comprou foi numericamente igual ao preço de cada produto vendido nessa loja. Qual foi o valor total que Cícero pagou pelos copos que ele comprou nessa loja?

- a) R\$ 6,00
- b) R\$ 12,00
- c) R\$ 15,00
- d) R\$ 36,00

23 - Observe o ponto P destacado na reta numérica abaixo, que está dividida em partes iguais.



O ponto P corresponde à localização de qual número decimal nessa reta?

- a) 0,40
- b) 0,83
- c) 2,00
- d) 2,40

1.3 Relatório

No dia 10 de maio de 2025, nós, Marcos, Leonardo e Carlos, demos início ao PROMAT. A aula começou às 8h, com a apresentação dos estagiários. Em seguida, pedimos que cada aluno se apresentasse, dizendo seu nome e de qual colégio veio, encerrando o momento de acolhimento.

Após as apresentações, realizamos uma tempestade de ideias com o termo "matemática" como foco central, e fizemos as seguintes perguntas aos alunos: "O que é matemática?", "Onde vocês enxergam a matemática?", "Como vocês se sentem em relação à matemática?". A partir desse momento, perguntamos também qual era o objetivo deles ao participarem do PROMAT. Em seguida, relacionamos as palavras surgidas na tempestade de ideias com o primeiro conteúdo a ser trabalhado: números e conjuntos numéricos.

Para contextualizar, falamos brevemente sobre a história da matemática, destacando alguns pensadores importantes e a forma como a matemática evoluiu ao longo do tempo.

Ao iniciarmos o conteúdo de conjuntos, utilizamos *slides* para apresentar os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Usamos a analogia de que cada conjunto representa um "bairro", e que todos juntos formam a "cidade" dos números reais, buscando tornar a explicação mais lúdica. Também explicamos os símbolos que representam cada conjunto.

Depois de apresentar os conjuntos, introduzimos os conceitos de pertencimento, união e intersecção, além de subconjunto e o uso do Diagrama de Venn. Às 9h40min, fizemos um intervalo de 20 minutos.

Na volta do intervalo, entregamos uma lista com 23 exercícios, contendo questões do ENEM e de vestibulares, com temas relacionados ao conteúdo apresentado no início da aula. Os professores circularam pela sala, auxiliando os alunos que apresentavam dificuldades. Percebemos uma grande defasagem no conhecimento dos alunos, e o tempo inicialmente previsto de 15 minutos acabou sendo estendido. Acreditamos que isso foi positivo, pois oferecemos mais apoio a quem precisava.

Depois disso, corrigimos os exercícios e esclarecemos as dúvidas que ainda restavam. No quinto exercício, que tinha um nível de dificuldade um pouco maior,

perguntamos se algum aluno gostaria de resolvê-lo no quadro. Um aluno se prontificou e compartilhou sua solução. Como ainda havia dúvidas, revisamos a questão em conjunto para sanar eventuais dificuldades.

Ao final das correções, alguns alunos solicitaram atendimento individual para tirar dúvidas, e os atendemos. No encerramento da aula, passamos uma lista para os interessados em participar de um grupo do *WhatsApp*, com o objetivo de facilitar a solução de dúvidas sempre que possível. Assim, finalizamos o encontro.

2º Encontro – 17/05/2025

2.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires.

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio da rede pública.

Conteúdos: Frações: compreensão, aplicação e interpretação em contextos reais.

Objetivo geral: Desenvolver o raciocínio matemático e a compreensão conceitual sobre frações em contextos aplicados e cotidianos, por meio de atividades práticas e colaborativas.

Tempo de execução: 4 horas-aula.

Recursos didáticos: Cartolinas, papel quadriculado, régua, folhas impressas com receitas, simulações de dinheiro, imagens de embalagens com medidas, giz e quadro.

Metodologia: Ensino investigativo, aprendizagem baseada em projetos (ABP), gamificação e colaboração.

Encaminhamentos metodológicos:

1ª Aula: Boas-vindas e Introdução (40 min). Inicialmente, proporemos aos alunos que compartilhem situações em que ouviram falar ou usaram frações (ex: receitas, tempo de jogo, finanças, divisões). Em seguida conduziremos um debate leve: Por que frações são importantes? Que dificuldades têm com o tema?

Definição: Uma fração é a representação de um número racional, que indica uma parte de um todo ou uma divisão. A fração é formada por dois números, o numerador e o denominador, separados por um traço horizontal. O numerador indica quantas

partes foram consideradas, e o denominador indica em quantas partes iguais o todo foi dividido.

Trabalharemos com os alunos os elementos que constituem uma fração e a sua representação com base na definição apresentada. Além disso, introduziremos os conceitos de frações equivalentes e porcentagem.

2ª Aula Oficina: “Frações no Mundo Real” (40 min). O objetivo é mostrar que frações estão em todo lugar e podem ser manipuladas de forma concreta, frisando a palavra “EQUIVALENTE” no contexto das equivalências de frações.

Organização:

- Divida os alunos em grupos de 4 ou 5.
- Cada grupo escolhe um desafio:
 - **Desafio 1:** Montar frações levando em conta a rotina dos professores, considerando um total de 24 partes, equivalente a cada hora do dia. Em um segundo momento solicitar aos alunos que façam o mesmo exercício com a sua rotina diária semanal, para posteriormente mostrar como funciona frações equivalentes e simplificação de frações.
 - **Desafio 2:** (impressão de receitas e seus ingredientes): Alterar as receitas fornecidas para um dado número de pessoas diferente da especificada na receita.

1) Receita: Bolo de Cenoura para 4 pessoas

200g de cenoura ralada 200g de cenoura ralada
160g de açúcar
120g de farinha de trigo
80g de óleo
2 ovos (considere cada ovo como 50g)

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

2) Receita: Almôndegas ao Molho para 6 pessoas

600g de carne moída
180g de farinha de rosca
90g de cebola picada
30g de alho

300g de molho de tomate

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

3) Receita: Torta de Frango para 5 pessoas

500g de peito de frango desfiado

250g de massa de torta

100g de milho

100g de ervilha

150g de queijo ralado

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

4) Receita: Sopa de Legumes para 8 pessoas

400g de batata

300g de cenoura

200g de abóbora

150g de cebola

100g de macarrão

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

5) Receita: Arroz à Grega para 3 pessoas

300g de arroz

150g de cenoura

90g de pimentão

60g de ervilha

60g de uvas-passas

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

6) Receita: Lasanha de Berinjela para 2 pessoas

200g de berinjela

150g de queijo muçarela

100g de molho de tomate

80g de carne moída

50g de parmesão ralado

Objetivo: Ajuste a receita para servir ao seu grupo, calculando a nova quantidade necessária de cada ingrediente.

- **Desafio 3:** Fazer a análise do orçamento de uma pessoa por meio de porcentagem.

Exercício 1: Aumento Salarial e Desconto

Um funcionário recebia R\$ 3.200,00 de salário. Ele recebeu um aumento de 12%, mas após três meses, passou a ter um desconto mensal de 8% devido a um plano de saúde.

- a) Qual o novo salário após o aumento?
- b) Qual o valor do desconto do plano de saúde?
- c) Qual o salário líquido com o desconto?

Exercício 2: Comparação de Salários

Joana ganha R\$ 4.500,00. Seu colega Marcos ganha 25% a mais que ela. Ambos receberam um aumento de 10%.

- a) Quanto Marcos ganhava antes do aumento?
- b) Quanto cada um passou a ganhar após o aumento?
- c) Qual a diferença salarial entre os dois após o aumento?

Exercício 3: Reajuste e Imposto

Carlos tem um salário de R\$ 6.800,00. Ele recebeu um reajuste de 7,5%. Depois do reajuste, passou a pagar um imposto de 11% sobre o novo salário.

- a) Qual o valor do reajuste?
- b) Qual o novo salário?
- c) Qual o valor do imposto?
- d) Qual o salário líquido?

Exercício 4: Descontos Progressivos

Ana tem um salário de R\$ 5.000,00. Descontam-se:

10% de INSS

5% de plano de saúde

3% de vale-transporte

- a) Calcule os valores dos descontos.
- b) Calcule o salário líquido.

c) Qual a porcentagem total de desconto?

Exercício 5: Bonificação e Imposto

Um gerente ganha R\$ 9.200,00 e recebeu uma bonificação de 15% por desempenho. Em seguida, foi descontado 20% de imposto sobre o total (salário + bonificação).

- a) Qual o valor da bonificação?
- b) Qual o valor total com bonificação?
- c) Qual o valor do imposto?
- d) Qual o valor final recebido?

Exercício 6: Redução Temporária

Durante a pandemia, o salário de um trabalhador foi reduzido em 25% por 4 meses. O salário original era de R\$ 4.000,00.

- a) Qual foi o valor do salário durante os 4 meses?
- b) Quanto ele deixou de ganhar ao todo nesses 4 meses?
- c) Se ele recebeu um bônus de R\$ 600,00 ao final, qual foi o total recebido nesse período?

Exercício 7: Promoção e Comparação

Pedro foi promovido e seu salário passou de R\$ 3.800,00 para R\$ 4.560,00.

- a) Qual foi a porcentagem de aumento?
- b) Se ele tiver um desconto de 9% sobre o novo salário, qual será o valor líquido?
- c) Se antes ele gastava 35% do salário com aluguel, e agora gasta 30%, quanto ele economizou em valor absoluto?

Com o fim das atividades, cada grupo ou estudante apresentará suas decisões matemáticas tomadas e como realizou suas contas. Os estagiários formalizarão o que foi feito, ajudando os alunos em cada desafio superado.

3ª Aula: Gamificação - Plano de fuga Matemático (45 min). O objetivo dessa atividade é resolver desafios envolvendo frações para “escapar” de uma sala imaginária. O desafio funciona montando 4 a 5 estações com enigmas que envolvem:

- Comparação de frações
- Simplificação

- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão)
- Problemas contextuais

Cada enigma resolvido fornece uma "chave" (palavra ou código) para avançar à próxima etapa e os grupos competem de forma colaborativa, com tempo-limite.

Enigma 1 – Comparação de Frações: O Cofre dos Pesos

Em uma sala há três caixas:

Caixa A: pesa $\frac{2}{5}$ de 1kg

Caixa B: pesa $\frac{3}{8}$ de 1kg

Caixa C: pesa de $\frac{6}{10}$ de 1kg

Desafio: Organize as caixas do mais leve ao mais pesado. O código será a letra associada à caixa intermediária.

Resposta esperada:

Chave: A

Enigma 2 – Simplificação: A Roda do Tempo

Um velho relógio está marcado com frações em vez de números. Para girar o ponteiro corretamente, você precisa simplificar as frações abaixo e indicar qual delas não é igual a $\frac{2}{3}$

a) $\frac{4}{6}$

b) $\frac{6}{8}$

c) $\frac{10}{15}$

d) $\frac{8}{12}$

Chave: LETRA B

Enigma 3 – Soma de Frações: O Caldeirão Borbulhante

Uma poção mágica precisa de:

$\frac{1}{4}$ de xícara de pó de lua

$\frac{2}{5}$ de xícara de pó de estrela

$\frac{3}{10}$ de xícara de água mística

Pergunta: Qual é o total da mistura? Dê a resposta simplificada.

Resposta esperada: (Somar as frações)

MMC de 4, 5 e 10 = 20

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$\frac{5}{20} + \frac{8}{20} + \frac{6}{20} = \frac{19}{20}$$

Chave: $\frac{19}{20}$

Enigma 4 – Problema Contextual: A Viagem dos Barcos

Três barcos partem de uma ilha em busca de um tesouro. O barco A percorre $\frac{3}{4}$ da rota, o barco B percorre $\frac{5}{6}$, e o barco C percorre $\frac{2}{3}$. Qual barco percorreu menor distância?

Chave: nome do barco (A, B ou C)

Convertendo para o mesmo denominador:

A = 9/12; B = 10/12; C = 8/12 → menor = C

Chave: C

Enigma 5 – O Cofre dos Descontos Perdidos

Durante uma grande liquidação, um comerciante escondeu a senha do cofre que guarda um vale-premiação. A única pista deixada foi um bilhete com operações envolvendo descontos. Somente quem resolver o enigma poderá abrir o cofre!

Desafio: Um produto custava R\$ 200,00. Primeiro, ele teve um desconto de 25%.

Depois, foi aplicado mais um desconto de 10% sobre o novo valor. Qual o preço final do produto? A senha do cofre é a parte inteira do valor final.

Resposta esperada:

1º desconto: 25% de 200 = 50 → 200 - 50 = 150

2º desconto: 10% de 150 = 15 → 150 - 15 = 135

Senha: 135

Enigma 6 – A Porta do Porcentômetro

Para abrir a próxima porta da sala, você deve resolver o enigma da energia consumida. Um painel eletrônico mostra o histórico de uso de energia de uma casa.

O sistema só libera a passagem se você calcular corretamente o aumento percentual do consumo.

Desafio: Em janeiro, a conta de energia foi de R\$ 180,00. Em fevereiro, a conta subiu para R\$ 225,00. Qual foi a porcentagem de aumento no valor da conta? A resposta é a senha!

Resposta esperada:

Aumento: $[(225-180) \div 180] \times 100 = (45 \div 180) \times 100 = 0,25 \times 100 = 25\%$

Senha: 25

4ª Aula: Fechamento e roda de conversa (45 min). Nesta etapa, fecharemos o encontro com a formalização das operações entre frações, a sabe, adição, subtração, multiplicação e divisão. Conduziremos uma reflexão guiada por meio das seguintes perguntas: O que aprenderam? O que foi diferente? Como foi trabalhar em grupo? Solicitaremos também um retorno sobre a aula com respostas simples como gostei, não gostei ou alguma sugestão sobre os seguintes tópicos:

- Competências e Habilidades Desenvolvidas
- Interpretação e uso de frações em contextos reais
- Raciocínio lógico e resolução de problemas
- Trabalho em equipe e comunicação
- Pensamento crítico e criatividade
- Autonomia na aprendizagem

Uma lista de exercícios será entregue e o encontro encerrado.

Referências

Paiva, Manoel. Matemática: Paiva / Manoel Paiva. – 3. Ed. – São Paulo: Moderna 2015.

Silva, Claudio Xavier da. Matemática aula por aula / Claudio Xavier da Silva, Benigno Barreto Filho. – 2. ed. renov. – São Paulo: FTD, 2005. – (coleção matemática aula por aula)

lezzi, Gelson. Matemática: ciência e aplicações, volume 1: ensino médio / Gelson lezzi... [et al.]. – 7. ed. – São Paulo: Saraiva, 2013.

Giovanni Junior, José Ruy. Castrucci, Benedito. A conquista da matemática, 6º ano. Ed. renovada. – São Paulo: FTD, 2009. – (Coleção a conquista da matemática)

lezzi, Gelson. Dolce, Osvaldo. Machado, Antônio. 1939. Matemática e realidade: 6ª série. – 4. ed. reform. – São Paulo: Atual 2000.

Sales, Antonio. Felice, José. Perspectivas da Educação Matemática – UFMS – v. 7, número temático – 2014

2.2 Lista de exercícios

1 - (INEP 2021) Um jardineiro foi contratado para colocar grama em um terreno. No primeiro dia, ele colocou grama em metade do terreno, deixando o restante para fazer posteriormente. No segundo dia, chegou atrasado ao trabalho e colocou grama apenas na metade da parte que restou sem grama após o primeiro dia. A fração que representa a parte do terreno que ainda está sem grama após esses dois dias de trabalho é:

- a) $1/3$
- b) $2/3$
- c) $1/4$
- d) $3/4$

2 - (UECE-CEV 2021) José possui um automóvel que, em uma rodovia, percorre exatamente 12 km com um litro de gasolina. Certo dia, depois de percorrer 252 Km na mesma rodovia, José observou que o ponteiro indicador de combustível que antes marcava $5/6$ da capacidade do tanque de combustível estava indicando $7/30$ da capacidade do tanque. Assim, é correto concluir que a capacidade do tanque, em litros, é:

- a) 40
- b) 35
- c) 45
- d) 30

3 - (UECE-CV 2021) A turma 02 do Colégio São Bento tem, ao todo, 28 alunos cujas idades variam entre 9, 10 e 11 anos. Sabendo que $3/4$ dos alunos têm menos de 11 anos de idade e que $5/7$ dos alunos têm mais de 9 anos de idade, é correto afirmar que o número de alunos com 10 anos de idade é:

- a) 13
- b) 11
- c) 14
- d) 12

4 - (ENEM 2016) Em uma loja, um produto custa R\$ 50,00. Se houver um desconto de 20%, qual será o novo preço?

- a) R\$ 10,00
- b) R\$ 30,00
- c) R\$ 40,00
- d) R\$ 60,00

5 - (ENEM 2013) Se 1 kg de feijão custa R\$ 2,50, quanto custará 5 kg de feijão?

- a) R\$ 2,50
- b) R\$ 7,50
- c) R\$ 10,00
- d) R\$ 12,50

6 - (CECIERJ 2021) Em um grupo de turistas brasileiros, 27% falam alemão, 85% falam inglês e 25% falam esses dois idiomas. Conclui-se então, que o número de turistas que não fala inglês é igual a k vezes o número de turistas que fala inglês e que não fala alemão. O valor de k é:

- a) $1/3$
- b) $1/4$
- c) $1/5$
- d) $1/6$

7 - (UNICAMP 2021) A soma dos valores de x que resolvem a equação:

$$(1/2 + 1/3) / (x/4 + 1/x) = 1/2 \quad \text{é igual a:}$$

- a) $14/3$
- b) $16/3$
- c) $18/3$
- d) $20/3$

8 - (INEP 2019) Pilatus foi numa banca de revista comprar pacotes de figurinhas para ver se completava seu álbum. Chegando em casa, ele abriu todos os pacotes, totalizando X figurinhas. Ele foi verificando as figurinhas e as que ele já tinha no álbum

ele iria descartar. O descarte das figurinhas foi feito em duas etapas, sendo que na primeira foram descartadas $\frac{1}{3}$ do total das figurinhas compradas e no segundo descarte $\frac{1}{4}$ do que restou do total, após o primeiro descarte. Determine o percentual de figurinhas descartadas por Pilatus, do total de figurinhas que ele comprou é igual a:

- a) 10%
- b) 30%
- c) 50%
- d) 40%
- e) 20%

9 - (ENEM 2014) André, Carlos e Fábio estudam em uma mesma escola e desejam saber quem mora mais perto da escola. André mora a $\frac{5}{20}$ de um quilômetro da escola. Carlos mora a $\frac{6}{4}$ de um quilômetro da escola. Já Fábio mora a $\frac{4}{6}$ de um quilômetro da escola. A ordenação dos estudantes de acordo com a ordem decrescente das distâncias de suas respectivas casas à escola é:

- A) André, Carlos e Fábio.
- B) André, Fábio e Carlos.
- C) Carlos, André e Fábio.
- D) Carlos, Fábio e André.
- E) Fábio, Carlos e André.

10 - Durante as eleições de síndico do condomínio, havia três candidatos. Sabendo que há 400 moradores, mas que apenas 16% compareceram a essa reunião e que, dos condôminos presentes, 62,5% votaram no candidato vencedor, o total de pessoas que votaram no candidato vencedor é de:

- a) 30.
- b) 35.
- c) 40.
- d) 45.
- e) 50

11 - Em abril o valor de uma cesta de chocolate era de R\$ 135,00, porém, devido à proximidade do Dia dos Namorados, no início do mês de maio essa cesta teve um aumento de 20%. No mês de junho, houve uma nova mudança no valor: uma redução

de 20% em relação ao mês de maio. Ao comparar o valor da cesta no decorrer dos meses, podemos afirmar que:

- a) o valor da cesta em abril e junho é o mesmo.
- b) o valor da cesta em abril é maior do que o valor de junho.
- c) o valor da cesta em junho é maior do que o valor da cesta em abril.
- d) o valor da cesta em maio é o mesmo que de junho.

12 - Mário preencheu $\frac{3}{4}$ de uma jarra de 500 mL com refresco. Na hora de servir a bebida, ele distribuiu o líquido igualmente em 5 copos de 50 mL, ocupando $\frac{2}{4}$ da capacidade de cada um. Com base nestes dados responda: que fração de líquido restou na jarra?

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{5}$
- d) $\frac{1}{2}$

13 - ENEM (2021) Um jogo pedagógico é formado por cartas as quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar recentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$.

A ordem que esse aluno apresentou foi

- a) $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$
- b) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$
- c) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{9}$

2.3 Relatório

No dia 17 de maio de 2025, nós, Marcos, Leonardo e Carlos iniciamos o segundo encontro do curso PROMAT, com maior presença neste dia com um aumento de seis alunos. Como os alunos já se conheciam um pouco mais e demonstraram grande engajamento no primeiro dia, resolvemos aplicar uma metodologia que envolvesse mais o trabalho entre pares aliados à gamificação.

Como atividade inicial fizemos o acolhimento dos alunos recepcionando-os na entrada da sala, que já havia sido preparada previamente na disposição de 7 ilhas com 5 lugares em cada que poderia acomodar um total de 35 alunos. Como tivemos 34 presentes, atestado pela lista de presença, observamos um bom preenchimento das ilhas.

Iniciamos a aula retomando o último conteúdo e solicitando se os alunos tinham alguma dúvida quanto à lista de exercícios que haviam recebido e, como não houve manifestação, demos início ao conteúdo da aula. Foi apresentado aos alunos o conceito de fração e os elementos que a compunham. Foram discutidos ainda vários temas relacionados à fração, como fração.

Após as discussões, passamos à parte dos desafios, solicitando aos alunos que montassem uma representação racional da sua rotina diária através da construção de uma representação tabular. Inicialmente nós fizemos a representação da nossa rotina de modos diferentes e transcrevendo posteriormente para os racionais para que os alunos compreendessem que o denominador representa a divisão das partes com as quais se deseja trabalhar. Os desafios das conversões de receitas serviram para que os alunos compreendessem que uma sequência de operações em que irá dividir e multiplicar, nesta ordem, pode ser reescrita na forma de fração onde denominador é a divisão e o numerador a multiplicação interpretada nas transformações. O desafio da renda familiar, serviu para trabalhar a porcentagem com os alunos, por se tratar basicamente de uma operação utilizando uma fração com denominador cem. Após este momento, os alunos foram para o intervalo socializar entre si e com os alunos das outras turmas.

Terminado o intervalo, os alunos regressaram à sala, e foi trabalhado com eles a formalização dos conceitos que precisaram utilizar para resolver os desafios propostos explicando e mostrando as relações da divisão e multiplicação já citadas e a relação com a porcentagem.

Iniciamos a parte dos enigmas matemáticos com a metodologia da gamificação, onde os alunos participaram do jogo “Plano de fuga matemático”, onde necessitavam solucionar enigmas e apresentar as soluções ao personagem denominado “mago”, representado por um dos alunos que iria conferir a resposta e entregar o próximo enigma, ficando os outros dois como “feiticeiros” que não entregariam a resposta aos

grupos, mas poderiam ser consultados para dar dicas da resolução aos grupos. O intuito da atividade era a socialização dos pares sobre a interpretação das questões, discussão e a resolução delas. Notamos muita empolgação de alguns grupos, evidenciada pelas comemorações após a resolução de cada enigma. Todos se mostraram engajados e decididos a resolver os enigmas antes dos grupos adversários, o que nos mostrou que a metodologia da gamificação pode de fato potencializar o ensino e a aprendizagem.

Os grupos que iam finalizando os enigmas recebiam uma falsa premiação, que consistia em um envelope com uma lista de exercícios com questões de vestibulares e concursos dos conteúdos estudados na aula. Os grupos, logo após finalizarem os enigmas, se dedicaram à resolução das questões da lista e tão logo começaram já foram pedindo ajuda nas dificuldades que iam apresentando. Em conjunto com essa ação os “feiticeiros” auxiliaram os grupos com maior dificuldade nos enigmas para que finalizassem todos recebessem o verdadeiro “prêmio”. Ao final da aula entregamos a todos um chocolate como prêmio pois haviam finalizados todos os enigmas. Os alunos relataram que gostaram da atividade proposta e que puderam se engajar de forma descontraída e reforçaram mais os novos laços que criaram com a troca de experiência e discussões. A aula foi encerrada, mesmo assim, alguns alunos ainda ficaram na resolução da lista, parando somente quando os alunos começaram a ir embora.

3º Encontro – 24/05/2025

3.1 Plano de aula

Público-Alvo: Alunos do ensino médio.

Conteúdos: Grandezas, proporções e regra de três.

Objetivo Geral: Compreender o conceito de grandezas e suas classificações, bem como o conceito de razão entre duas grandezas. Identificar relações de proporcionalidade direta e inversa e resolver problemas por meio das regras de três simples e composta.

Objetivos específicos: Desenvolver habilidades de interpretação, formalização e representação gráfica, promovendo o trabalho colaborativo e a capacidade de comunicação matemática.

Recursos: Quadro, pincéis, projetor multimídia, lápis de cor, régua, canetas coloridas e roteiro impresso.

Metodologias: aula expositiva, método 3NP e método Feynman.

Encaminhamentos metodológicos:

1ª Parte: Boas-vindas, retomada da aula anterior e introdução teórica (50 min).

A aula inicia com o acolhimento dos alunos e retomada dos conteúdos do encontro anterior para elucidar eventuais dúvidas que os alunos apresentem das listas de exercícios, utilizando *slides* para o processo. Serão apresentados conceitos e exemplos sobre grandezas, proporções, regra de três simples e composta, como se propõe a seguir:

Razão: Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a:b$.

Grandezas: *“Grandezas são propriedades que podem ser comparadas e medidas, como comprimento, massa, tempo e volume.”* (DANTE, 2012).

Exemplo: comparar a altura de dois prédios ou o volume de dois recipientes.

Proporções: *“Proporção é uma igualdade entre duas razões. São usadas para comparar grandezas do mesmo tipo ou relacionadas.”* (SMOLE, DINIZ, CÂNDIDO, 2003).

Exemplo: comparar a quantidade de ingredientes em uma receita culinária.

Os números racionais x , y e z são diretamente proporcionais aos números racionais não nulos a , b e c , quando se tem: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$, em que k (um número racional) é a constante de proporcionalidade.

Os números racionais x , y e z são inversamente proporcionais aos números racionais a , b e c , quando se tem: $x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c = k$, em que k é a constante de proporcionalidade.

Quando duas grandezas variam na mesma razão, dizemos que essas grandezas são diretamente proporcionais. Desde modo, quando dobramos uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, e assim por diante. Por outro lado, duas grandezas são ditas inversamente proporcionais quando variam na razão inversa da outra. Por exemplo, dobrando uma das grandezas, a outra

se reduz pela metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte, e assim por diante.

Regra de Três Simples: *“É um processo prático que permite resolver problemas de proporcionalidade entre duas grandezas.”* (MACHADO, 2000)

Exemplo: Se 3 metros de tecido custam R\$ 45, quanto custam 5 metros? Observe que as grandezas comprimento e custo são diretamente proporcionais, pois quanto mais tecido é necessário, maior é o custo para adquiri-lo.

Regra de Três Composta: *“É uma extensão da regra de três, envolvendo mais de duas grandezas simultaneamente.”* (MACHADO, 2000)

Exemplo: Se 5 funcionários constroem 10 casas em 60 dias, quantos dias levarão 8 funcionários para construir 16 casas?

Observe que temos 3 grandezas: mão de obra, casa e tempo, assim devemos analisar como essas grandezas se relacionam. Ao aumentar o número de funcionários, o número de casas construídas também irá aumentar, porém o tempo para a construção irá diminuir. Agora ao aumentar o número de casas o tempo para construção também irá aumentar.

Após a apresentação das definições, iniciaremos um dinâmica em grupo.

2ª Parte: Formação de Duplas e Distribuição de Situações-Problema (50 min).

Nesta atividade, as duplas resolverão um problema selecionado e preencherão uma tabela com as seguintes informações:

- Interpretação matemática da situação-problema;
- Formalização do conteúdo aplicado através de um texto;
- Explicação do conceito matemático.

Os problemas propostos serão os seguintes:

Grupo 1 – Grandezas Diretamente Proporcionais

Uma empresa de design gráfico oferece serviços de impressão para eventos corporativos. Para um evento, foram solicitados 800 folders, e o serviço foi realizado em 4 horas utilizando uma única impressora. Posteriormente, a mesma empresa recebeu a solicitação de 2.000 folders com as mesmas características e com o mesmo equipamento. Quanto tempo levará para o novo pedido ficar pronto?

Resolução:

Se com uma máquina produzimos 800 folders em 4 horas, quanto tempo levo para fazer 2000 folders?

$$\frac{800}{2000} = \frac{4}{x}$$

Como as grandezas são diretamente proporcionais, devemos multiplicar cruzado, ou seja

$$800x = 4 \cdot 2000 \Rightarrow x = 10$$

Resposta: Serão necessárias 10 horas.

Grupo 2 – Grandezas Inversamente Proporcionais

Um grupo de engenheiros trabalha em um projeto de instalação elétrica em uma escola. Sabe-se que 6 profissionais conseguem concluir a instalação em 10 dias. Por questões orçamentárias, será necessário reduzir o número de trabalhadores para 4. Em quantos dias estes trabalhadores conseguem terminar o mesmo trabalho?

Resolução:

Se a instalação demora 10 dias com 6 funcionários, em quantos dias realizaram com 4 funcionários?

$$\frac{6}{4} = \frac{10}{x}$$

Como são grandezas inversamente proporcionais, devemos multiplicar diretamente

$$6 \cdot 10 = 4x \Rightarrow x = 15$$

Resposta: Serão necessários 15 dias.

Grupo 3 – Regra de Três Simples

Uma fábrica de móveis produz 45 cadeiras em 6 dias de trabalho, operando com uma equipe de 5 marceneiros, que trabalham 8 horas por dia. Agora, a fábrica deseja produzir 75 cadeiras com a mesma equipe e carga horária, assim quantos dias levarão para concluir o pedido?

Resolução:

45 cadeiras → 6 dias

75 cadeiras → x dias

Como as grandezas são diretamente proporcionais multiplico cruzado da seguinte forma:

$$45 \cdot x = 75 \cdot 6$$

$$x = \frac{(75 \cdot 6)}{45}$$
$$x = 10$$

Resposta: Serão necessários 10 dias.

Grupo 4 – Regra de Três Composta

Uma construtora possui 5 equipes que conseguem construir 20 apartamentos em 90 dias, trabalhando 8 horas por dia. A construtora foi contratada para entregar 36 apartamentos em 75 dias, mantendo a jornada diária.

Resolução:

Grandezas: Equipes (E), Apartamentos (A), Dias (D), Horas (H)

Primeiro organizamos as razões entre as grandezas (equipes, apartamentos e dias):

$$\frac{5}{x} = \frac{20}{36} = \frac{90}{75}$$

As grandezas número de equipes e quantidade de apartamentos são diretamente proporcionais, pois quanto mais equipes, mais apartamentos são construídos no mesmo intervalo de tempo. Assim,

$$\frac{5 \cdot 36}{20 \cdot x} = \frac{90}{75}$$

As grandezas equipes e número de dias são inversamente proporcionais, pois quanto mais equipes menos dias leva-se para construir uma quantidade fixa de apartamentos. Multiplicando diretamente,

$$5 \cdot 36 \cdot 90 = 20 \cdot 75 \cdot x \Rightarrow x = 10,8$$

Assim, serão necessárias 11 equipes.

3ª Parte: Apresentação das duplas (40 min). As duplas voluntariamente socializarão suas resoluções, apresentando a tabela construída por eles.

4ª Parte: Kahoot interativo em duplas ou individual. (40 min). Utilizaremos o aplicativo *Kahoot* para aplicar questões envolvendo assuntos do primeiro bloco de conteúdo do PROMAT. As questões serão as seguintes:

1. Quantos bairros de conjuntos numéricos foram apresentados pelo professor Carlos?

- a) 4 **b) 5** c) 6 d) 7

2. Observe e resolva: Nesta sala tinha 35 alunos, quantos comem apenas pizza?

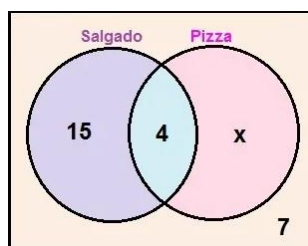


Figura 1: Diagrama de Venn (Kahoot)

- a) 10 **b) 9** c) 11 d) 13

3. Quais das letras a seguir representa o grupo dos Racionais?

- a) R b) Z **c) Q** d) N

4. Quais são as operações básicas da matemática?

a) Adição, subtração, divisão e multiplicação

b) Somar, diminuir, multiplicar e separar

c) Soma, dividir, multiplicar e potenciar

d) Soma, diminuição, raiz e potência

5. Qual a definição de fração?

- a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{a}{b}$ com $a \neq 0$ c) a^b , com $b \neq 0$ **d) $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$**

6. A fração $\frac{1}{3}$ é equivalente a $\frac{4}{12}$?

- a) Verdadeiro** b) Falso

7. Resolva $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$:

- a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{12}$ **c) $\frac{9}{12}$** d) $\frac{3}{9}$

8. Qual das frações é uma fração imprópria?

- a) $\frac{2}{3}$ **b) $\frac{7}{6}$** c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{1}{4}$

9. Uma grandeza é uma característica que não pode ser quantificada, não sendo possível comparações e cálculos.

- a) Verdadeiro **b) Falso**

10. Qual dessas opções é uma grandeza?

- a) Cor b) Sabor **c) Pressão** d) Investimento

11. A razão indica quantas vezes um número cabe no outro. Pode ser representada de forma percentual, decimal ou fracionária.

a) **Verdadeiro** b) Falso

12. Proporção é uma igualdade entre duas razões. São usadas para comparar grandezas do mesmo tipo ou relacionadas.

a) **Verdadeiro** b) Falso

13. Duas grandezas são diretamente proporcionais, quando dobrando uma delas, a outra se triplica e assim sucessivamente.

a) Verdadeiro **b) Falso**

14. Duas grandezas são inversamente proporcionais quando dobrando uma delas, se reduz a outra pela metade.

a) **Verdadeiro** b) Falso

15. A motorista dirige a velocidade constante. Se ela viaja 120km em 1 h30min, calcule a distância que ela viaja em 1 hora?

a) 70 **b) 80** c) 60 d) 90

16. (IFPE) Numa fazenda há 5 cavalos que consomem 300 Kg de ração em 6 dias. Suponha que todos eles consomem por dia a mesma quantidade de ração. Com apenas 240 Kg de ração, 12 cavalos iguais aos dessa fazenda seriam alimentados durante:

a) 1 dia **b) 2 dias** c) 3 dias d) 4 dias

17. Na lei dos gases ideais, qual a relação que está correta quanta a proporcionalidade?

a) T e V são inversamente proporcionais

b) T e V são diretamente proporcionais

c) T e V não são proporcionais

d) Nenhuma das anteriores

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: a contextualização do conteúdo. 7. ed. São Paulo: Ática, 2012.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Márcia. **A matemática na escola**: desafios e perspectivas. 7. ed. Porto Alegre: Artmed, 2003.

MACHADO, Nilson José. **Fundamentos epistemológicos da matemática**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SILVA, Claudio Xavier da; BARRETO FILHO, Benigno. **Matemática aula por aula**. 2. ed. renov. São Paulo: FTD, 2005. (Coleção Matemática aula por aula).

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações. Volume 1: ensino médio**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática**: 6º ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção A conquista da matemática).

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**: 6ª série. 4. ed. reform. São Paulo: Atual, 2000.

3.2 Lista de exercícios

1 - (Qconcursos 2025) Para restaurar uma rua, uma empresa de infraestrutura precisa substituir a base de um segmento específico utilizando os agregados cimento e brita, na proporção de 4:7, em volume. O projeto especifica o uso de 35 m³ de brita. Considerando uma perda de 20% no volume de cimento devido a fatores logísticos e operacionais, a quantidade total de cimento que a empresa precisa ter em estoque para atender ao projeto é de:

- a) 20 m³
- b) 30 m³
- c) 25 m³
- d) 16 m³
- e) 24 m³

2 - (MPE-GO 2025) Três sócios resolveram dividir entre si um lucro de R\$ 84.000,00 em partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço na empresa. Sabe-se que Ana trabalha há 2 anos, Bruno há 3 anos e Carla há 5 anos. Quanto caberá a Bruno nessa divisão?

- a) R\$ 21.000,00
- b) R\$ 25.200,00
- c) R\$ 28.000,00
- d) R\$ 30.000,00

3 - (FGV 2025) Em uma planta baixa, a representação de uma casa corresponde a um retângulo de lados 6 cm e 9 cm. Uma parte dentro da casa, também retangular, foi destinada à cozinha:



Sabendo-se que os retângulos ocupados pela cozinha e pela casa são semelhantes, conclui-se que, na planta baixa, o perímetro do retângulo que representa a cozinha tem:

- a) 17 cm
- b) 18 cm
- c) 19 cm
- d) 20 cm
- e) 22 cm

4 - (FUNDATEC 2025) Jussara faz marmitas para vender. A cada 3 dias, ela monta 360 marmitas. Quantas marmitas Jussara monta em 20 dias de trabalho?

- a) 340
- b) 1.400
- c) 2.400
- d) 5.700
- e) 7.200

5 - (FUVEST 2025) Uma empresa de construção civil concluiu a reforma de um prédio em 80 dias, utilizando 4 trabalhadores. Se essa mesma reforma fosse realizada por 5 trabalhadores, mantendo o ritmo de trabalho, em quantos dias ela seria concluída?

- a) 64 dias
- b) 70 dias
- c) 75 dias

- d) 85 dias
- e) 100 dias

6 - (IF-SP) Para fazer uma viagem, levamos em consideração duas grandezas: velocidade do meio de transporte e tempo de viagem. Essas duas grandezas são:

- a) completamente proporcionais
- b) desproporcionais
- c) diretamente proporcionais
- d) subitamente proporcionais
- e) inversamente proporcionais

7 - (Ifal) Um técnico em edificações percebe que necessita de 9 pedreiros para construir uma casa em 20 dias. Trabalhando com a mesma eficiência, quantos pedreiros são necessários para construir uma casa do mesmo tipo em 12 dias?

8 - (Unifor) Quinze operários, trabalhando 8 horas por dia, demoram 16 dias para fazer um muro de 80 metros de comprimento. Se a quantidade de operários fosse reduzida para 10, a quantidade de horas, por dia, que precisariam trabalhar para, em 24 dias, fazerem um muro de 90 metros de comprimento, com a mesma espessura e altura que o anterior, é de:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

9 - (Enem) O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de 0,3 m³. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade.

Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é:

- a) 9
- b) 12
- c) 89

d) 112

e) 134

10) (Enem) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3 . Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3 , cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:

a) 2

b) 4

c) 5

d) 8

e) 9

3.3 Relatório

No dia 24 de maio de 2025, nós, Marcos, Leonardo e Carlos, iniciamos o terceiro encontro do curso PROMAT, contando com a presença de 22 alunos neste dia. Começamos dando boas-vindas a todos e perguntando se alguém tinha alguma dúvida da aula anterior. Após a negativa dos alunos, percebemos que o conteúdo de frações da aula anterior não havia ficado muito claro. Optamos por reforçá-lo, tirando as dúvidas sobre as operações com frações. Após isso, iniciamos o conteúdo que estava programado para a aula, sobre razão, grandezas e proporções.

Utilizamos *slides* para apresentar os conceitos e formulações dos temas elencados e recordando de um aplicativo de análise dinâmica, apresentamos um exemplo prático sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais por meio de uma atividade do *site Phet Colorado*. Este exemplo relacionava um conceito de química (gases ideais) com os conceitos matemáticos recém-introduzidos. Após essa apresentação, liberamos os alunos para o intervalo.

Na volta do intervalo, separamos os alunos em duplas e entregamos situações problemas para eles resolverem utilizando o método de 3 níveis de pensamento.

Queríamos que os grupos explicassem em palavras o que eles fizeram e foram descobrindo com a resolução do exercício. Os exercícios eram sobre as falas anteriores da aula, trazendo perguntas sobre o conceito da regra de três simples, regra de três composta, grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Durante esse momento, nós fomos auxiliando os grupos conforme solicitado. Com o fim da atividade, pedimos para um aluno compartilhar sua resolução, mostrando como escreveu o seu pensamento para os seus colegas de classe.

Percebemos que alguns alunos com mais domínio sobre os conteúdos matemáticos conseguiram expressar matematicamente conceitos envolvidos e o uso da metodologia 3np mostrou um novo olhar para o ensino e aprendizagem ampliando as possibilidades de protagonismo do aluno sobre a sua aprendizagem.

Em seguida, entramos na última parte do encontro, onde propomos aos alunos 17 questões sobre o conteúdo dos encontros ocorridos até o momento, como forma de avaliar a evolução da turma. Esta atividade foi conduzida por meio do aplicativo *Kahoot*. Todos os alunos participaram ativamente da brincadeira, usando o celular e com os professores ajudando com a *internet* aqueles que não tinham acesso no momento. Terminando as perguntas os alunos foram liberados.

4º Encontro – 31/05/2025

4.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-Alvo: Alunos do ensino médio da Rede Pública de ensino, inscritos no projeto.

Conteúdos: Polígonos, elementos, classificação e propriedades de um polígono.

Objetivo Geral: Compreender e identificar polígonos, seus elementos (vértices, lados, ângulos), classificações (regulares, irregulares, convexos, côncavos) e principais propriedades.

Objetivos específicos: Relacionar polígonos com elementos do cotidiano, identificando formas geométricas em objetos reais (placas, janelas, mosaicos etc.). Expressar e registrar os conhecimentos adquiridos por meio de atividades práticas, anotações no caderno e discussões em grupo. Refletir sobre o próprio aprendizado, compartilhando dúvidas, descobertas e impressões ao final da aula.

Tempo de execução: 4 horas aula.

Recursos didáticos: Giz, folha, papel, barbante.

Encaminhamentos metodológicos:

1ª Parte: Acolhimento com atividade dialogada (50 min).

A aula será iniciada a retomada do conteúdo do encontro anterior visando sanar possíveis dúvidas que persistiram. Abordaremos o novo conteúdo com um bate-papo orientado com perguntas provocativas:

- *Você já percebeu formas geométricas ao seu redor?*
- *Você sabe o que torna um polígono diferente de outras formas?*

Projetaremos imagens de polígonos que fazem parte do nosso cotidiano como placas de trânsito, mosaicos, e construções arquitetônicas.

2ª Parte: Apresentação dos conteúdos e formalização (50 min).

Neste momento, formalizaremos os conteúdos do presente encontro, iniciando com alguns elementos básicos da geometria.

- **Ponto:** não tem dimensão, não pode ser medido;
- **Reta:** conjunto formado por pontos alinhados (colineares). Ela é infinita para ambos os lados;
- **Semirreta:** parte de uma reta com um ponto inicial que se estende infinitamente para uma direção;
- **Segmento de reta:** parte de uma reta delimitada por dois pontos (extremidades). Pode ser medida.

Polígono é uma figura geométrica plana formada por uma linha poligonal fechada simples. É composta apenas de segmentos de retas, e sua região interna. Quando dois pontos quaisquer pertencentes a um polígono determinam um segmento de reta que fica inteiramente contido em sua região interna, dizemos que o polígono é convexo. Entretanto, se houver um segmento determinado por dois pontos do

polígono, de modo que esse segmento não esteja totalmente contido no polígono, dizemos que esse polígono é côncavo ou não convexo.



Figura 2: Polígonos côncavos e convexos

Fonte: *A Conquista da Matemática 8º ano p. 180.*

Os elementos de um polígono são:

- **Vértices:** são os cantos de um polígono, ou seja, a intersecção de dois segmentos de reta não colineares. Nomeamos os polígonos por meio do número de lados dos seus vértices;
- **Ângulos internos:** são as aberturas formadas pela intersecção de dois segmentos de retas consecutivos internos ao polígono dado.
- **Arestas:** são todos os segmentos de reta que formam o polígono fechado.
- **Diagonais:** São segmentos de reta que unem dois vértices não consecutivos, ou seja, um segmento de reta que une dois vértices dos polígonos que não seja uma de suas arestas.
- **Ângulos externos:** são os ângulos formados por um lado do polígono e pelo prolongamento de um lado consecutivo a ele.

Em um polígono, a quantidade de vértices, de lados e de ângulos internos é sempre a mesma.

- Tipos de polígonos e nomenclatura:

- Regulares: São polígonos que possuem lados congruentes e ângulos congruentes.
- Irregulares: São polígonos onde pelo menos um lado ou ângulo interno não possui a mesma medida que os demais.

Apesar de a origem da palavra polígono estar relacionada à expressão “vários ângulos”, podemos nomear os polígonos considerando a quantidade de lados que eles têm, como mostra a figura a seguir.

Polígono	Quantidade de lados	Nome
	3	triângulo (tri = três)
	4	quadrilátero (quadri = quatro)
	5	pentágono (penta = cinco)
	6	hexágono (hexa = seis)
	7	heptágono (hepta = sete)
	8	octógono (octo = oito)
	9	eneágono (enea = nove)
	10	decágono (deca = dez)

Figura 3: Tipos de polígonos

Temos ainda:

- 11 lados – undecágono
- 12 lados – dodecágono
- 15 lados – pentadecágono
- 20 lados – icoságono

Quanto aos ângulos de um polígono, temos que sendo S a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados, temos:

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Além disso, soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono é igual a 360° e, para polígonos regulares, dividimos a soma dos ângulos internos pelo número de vértices para encontrar a medida de um ângulo interno.

Em um polígono de n lados (ou n vértices), a quantidade de diagonais (d) é dada por:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Forneceremos as fórmulas de área de alguns polígonos, deduzindo apenas a fórmula da área do hexágono regular.

- Área do Quadrado de lado l : $A_{\text{quadrado}} = l \cdot l$
- Área do Retângulo com lados medindo c e l : $A_{\text{retângulo}} = c \cdot l$
- Área do Triângulo com um lado (base) medindo b e altura relativa a essa base medindo h : $A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$
- Área Hexágono regular com lados medindo l : $A_{\text{hex}} = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$
- Área do Paralelogramo com dois lados paralelos medindo b e distância desses lados paralelos medindo h : $A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h$

Quando obtemos a soma das medidas dos lados de um polígono, estamos calculando o perímetro desse polígono.

3ª Parte: Atividade Principal - Varal dos Polígonos (50 min).

ETAPA 1 - Dividir os alunos em 4 grupos. Cada grupo será responsável por confeccionar polígonos regulares, irregulares, convexos e côncavos.

ETAPA 2 - Cada grupo desenha e recorta ao menos um exemplo de cada tipo de polígono, por exemplo, um triângulo equilátero (regular), um quadrilátero irregular, um polígono côncavo de 6 lados etc. O grupo deverá escrever atrás ou abaixo do polígono o nome, número de lados e a classificação.

ETAPA 3 - Os alunos fixam os barbantes na sala (nas paredes, janelas ou entre carteiras), fixando os polígonos com prendedores separados por classificação, criando 4 seções no varal (com etiquetas/títulos).

ETAPA 4 – Apresentação e discussão.

- Cada grupo apresenta os polígonos que confeccionou e justifica a classificação.
- A turma observa os varais montados e pode sugerir correções, se necessário.
- O professor fará uma síntese final, destacando as principais diferenças entre as classificações.

4ª Parte: Escape Room (50 min).

Tema Geral: “Missão: O Enigma dos Polígonos Perdidos”.

Um cientista maluco roubou os polígonos do mundo e os escondeu em cofres geométricos. Só quem dominar os conhecimentos sobre polígonos poderá resolver os enigmas e salvá-los!

ESTAÇÃO 1 – “Sala dos Lados”

Desafio: Os alunos recebem cartões com figuras geométricas e devem:

- Classificar os polígonos conforme o número de lados (3 a 10 lados)
- Agrupar corretamente e montar uma sequência que forma uma senha (por exemplo: número de lados em ordem crescente 3, 4, 5, 6 sugere que a senha é 3456)

Habilidade trabalhada: Contagem de lados e classificação.

ESTAÇÃO 2 – “A Caverna dos Ângulos”

Desafio: Resolver charadas sobre soma dos ângulos internos de diferentes polígonos. Por exemplo:

“Sou um polígono com 6 lados. A soma dos meus ângulos internos é quanto?”

Para desbloquear a próxima pista, os alunos devem usar a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono.

Habilidade trabalhada: Fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono.

ESTAÇÃO 3 – “Os Polígonos Misteriosos”

Desafio: Identificar figuras corretas com base em dicas:

“Sou regular, tenho 8 lados e todos os ângulos iguais.”

“Tenho 5 lados, mas não sou regular.”

Os alunos devem pegar cartões com imagens e escolher as que atendem às características. Errar bloqueia a pista seguinte.

Habilidade trabalhada: Reconhecimento de polígonos regulares/irregulares.

ESTAÇÃO 4 – “Quebra-Cabeça Convexo vs Côncavo”

Desafio: Sou um polígono com 8 vértices, qual o meu nome?

Habilidade trabalhada: Reconhecimento de polígonos.

ESTAÇÃO 5 – “O Cofre Secreto” (Desafio Final)

Desafio: Com base nas pistas anteriores, os alunos devem resolver um criptograma final para abrir o cofre.

- Cada resposta correta fornece uma letra ou número

- Exemplo: 3 lados = T, 4 lados = Q, 5 lados = P → montar “TQP345” para abrir a combinação.

Habilidade trabalhada: Integração de conceitos e raciocínio lógico.

À equipe que finalizar as atividades será premiada com a lista de exercícios e, após todos finalizarem será entregue um prêmio de forma igualitária entre os alunos. iremos utilizar, caso haja tempo, a lista de exercícios para ser trabalhadas com os alunos.

Referências:

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 8o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 6o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Dolce, Osvaldo. Fundamentos da matemática elementar vol 10 : ensino fundamental: anos finais / Pompeo José. Geometria espacial – 7. Ed – São Paulo: FTD, 2013.

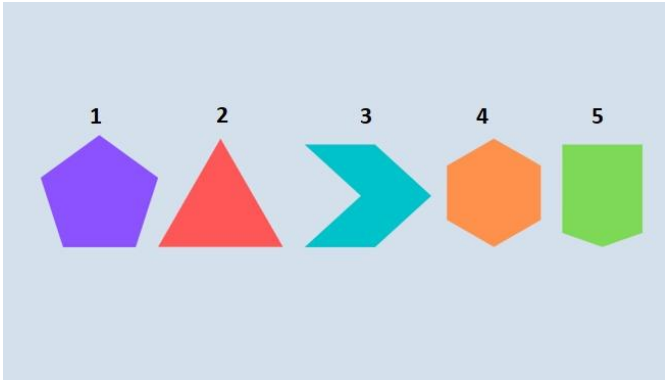
4.2 Lista de exercícios

1) Classifique os seguintes polígonos em convexos e não convexos, pela ordem da esquerda para a direita.



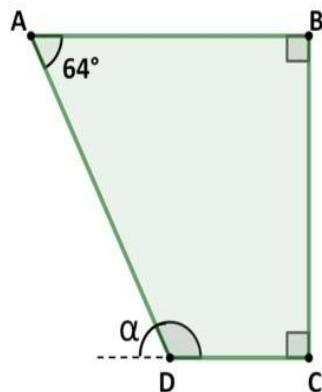
- a) convexo, convexo, não convexo, convexo, não convexo, não convexo.
- b) convexo, não convexo, não convexo, convexo, não convexo, convexo.
- c) convexo, não convexo, não convexo, convexo, convexo, convexo.
- d) não convexo, não convexo, convexo, convexo, convexo, não convexo.
- e) convexo, não convexo, não convexo, convexo, convexo, não convexo.

2) Marque a opção que indica quais polígonos são regulares.



- a) 1, 2 e 3
- b) 2, 4 e 5
- c) 1, 2 e 4
- d) 1, 2 e 5
- e) 2, 3 e 6

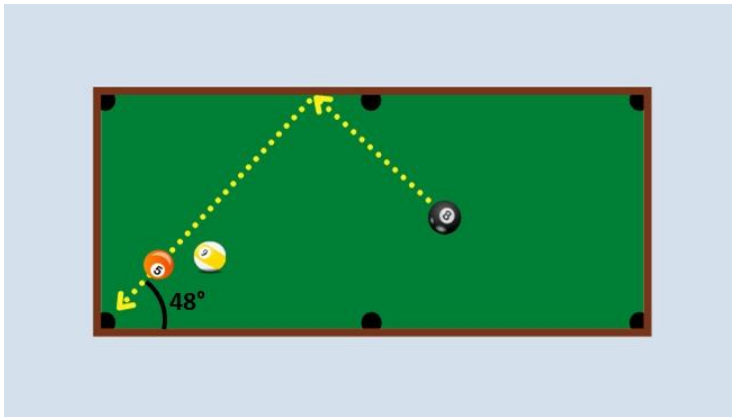
3) Analise o seguinte polígono e determine o valor do ângulo α .



- a) 74°
- b) 64°
- c) 54°
- d) 84°
- e) 94°

4) No jogo de sinuca, muitas vezes é preciso realizar jogadas chamadas de tabela para conseguir atingir a bola que precisa. Isso porque, para se proteger, o adversário coloca uma bola na frente do alvo do oponente, entre a bola que ele pretende encaçapar, e a bola que ele deve bater. Na imagem é possível observar que um jogador pretende atingir a bola 5, mesmo com a bola 9 no caminho. Para isso,

pretende “contornar” a bola 9 através de uma tabela. As setas indicam a direção da bola preta.



Como o ângulo de chegada na lateral da mesa é igual ao ângulo de saída, calcule qual deve ser o ângulo de chegada para ele conseguir realizar a jogada.

- a) 38°
- b) 48°
- c) 54°
- d) 66°
- e) 78°

5) Qual é o polígono cuja soma de todos seus ângulos internos é 1260° .

- a) hexágono
- b) octógono
- c) eneágono
- d) decágono
- e) dodecágono

6) O número total de diagonais de três polígonos convexos com 7, 9 e 11 lados respectivamente, é:

- a) 85
- b) 170
- c) 120
- d) 105
- e) 75

7) Existe um polígono que possui o número de lados igual ao número de diagonais.

O nome desse polígono é:

- a) quadrado.
- b) pentágono.
- c) hexágono.
- d) heptágono.
- e) octógono.

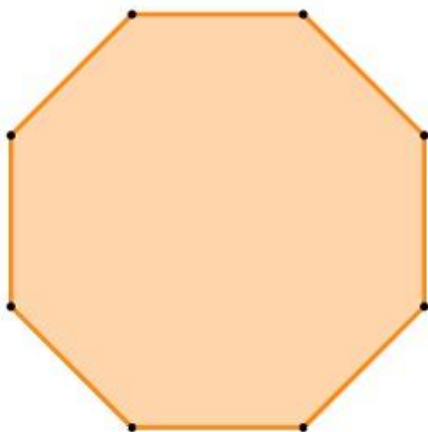
8) O polígono que possui 35 diagonais é conhecido como:

- a) hexágono.
- b) heptágono.
- c) octógono.
- d) eneágono.
- e) decágono.

9) Das alternativas a seguir, marque aquela que é incorreta.

- a) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é sempre igual a 360° .
- b) Todo polígono convexo possui diagonal.
- c) Um polígono é conhecido como regular quando ele possui todos os lados e ângulos congruentes.
- d) Um polígono é convexo quando todos os seus ângulos internos são menores que 180° .
- e) O pentágono possui 5 diagonais.

10) Sabendo que o polígono a seguir é regular, o valor de cada um dos seus ângulos internos é:



- a) 540° .
- b) 1080° .
- c) 900° .

d) 175° .

e) 135° .

11) O número de lados de um polígono cuja soma dos ângulos internos é igual a 720° é:

a) 5.

b) 6.

c) 7.

d) 8.

e) 10.

12) (Mackenzie-SP) Os ângulos externos de um polígono regular medem 20° . Então, o número de diagonais desse polígono é:

a) 90.

b) 104.

c) 119.

d) 135.

e) 152.

13) (UNICAMP 2025) A artista e ativista indígena Kaya Agari dedica-se à pintura em diversos formatos, inspirada nos grafismos e na cultura de seu povo. Os Kurâ-Bakairi ou Kurâ (palavra da língua bakairi que pode ser traduzida como “nossa gente”) produzem pinturas corporais e estampas geométricas que simbolizam papéis sociais e elementos de sua cosmovisão. Na imagem a seguir vemos Kaya Agari produzindo um painel com a pintura chamada Kalamigari, pintura de “menina moça”:



(Disponível em <https://capiremov.org/cultura/kaya-agari-grafismo-indigena-kura-bakairi/>. Acesso em 19/08/2024.)

O painel, ao ser finalizado, será composto de 80 quadrados. Cada quadrado tem 40 cm de lado e é pintado metade em preto e metade em branco, em formato de triângulos, como mostra a imagem. Se considerarmos que cada litro da tinta preta cobre 5 m^2 , para pintar o painel será necessário:

- a) entre 0,8 l e 1,0 l de tinta preta.
- b) entre 1,0 l e 1,2 l de tinta preta.
- c) entre 1,2 l e 1,4 l de tinta preta.
- d) entre 1,4 l e 1,6 l de tinta preta.

14) **(INEP 2021)** Na construção civil existe uma grande variedade de materiais de acabamento. Em especial, na linha de cerâmica e porcelanato, diversas formas e modelos estão disponíveis no mercado. A figura mostra um ambiente que foi revestido com peças de porcelanato que, por terem a forma de um hexágono regular, encaixam-se perfeitamente em torno do ponto P .



A medida do ângulo interno do hexágono regular, que representa a peça de porcelanato na figura, é:

- a) 360°
- b) 240°
- c) 150°
- d) 120°

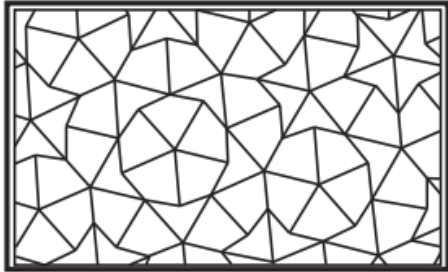
15) **(UECE 2019)** José somou as medidas de três dos lados de um retângulo e obteve 40 cm. João somou as medidas de três dos lados do mesmo retângulo e obteve 44 cm. Com essas informações, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm, do perímetro do retângulo é:

- a) 48
- b) 52

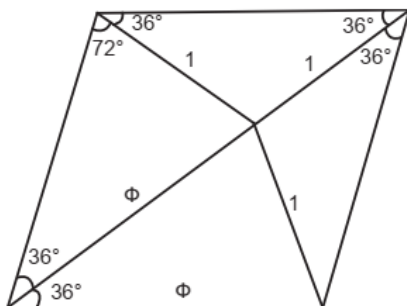
c) 46

d) 56

16) **(INEP 2019)** Roger Penrose, professor na Universidade de Oxford e especialista mundial em relatividade e teoria quântica, descobriu um belíssimo tipo de pavimentação aperiódica, constituída apenas por dois tipos de ladrilhos, como se observa na figura ao lado.



Esses dois tipos de ladrilhos, pelos seus aspectos, foram batizados de "flechas" e "papagaios" por John Conway (outro entusiasta de diversões matemáticas, à semelhança de Penrose). As "flechas" e os "papagaios" podem ser obtidos pela fragmentação de um polígono, como mostra a figura abaixo.



Esse polígono é um:

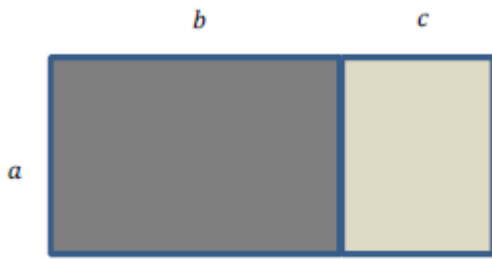
a) trapézio.

b) triângulo.

c) octógono.

d) paralelogramo.

17) **(INEP 2019)** Dois retângulos são unidos para formar um retângulo maior, conforme a figura:



Quanto ao retângulo maior, qual a afirmativa correta?

- a) Seu perímetro é dado pela expressão $a + b + c$;
- b) Sua área pode ser dada pela expressão $ab + c$;
- c) Sua diagonal é dada pela expressão $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2bc}$;
- d) Sua área é dada por $(a + b + c)^2$
- e) Sua diagonal pode ser dada pela expressão $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

4.3 Relatório

No dia 31 de maio de 2025, nós, Marcos, Leonardo e Carlos iniciamos o quarto encontro do curso PROMAT, um dia mais frio com a menor participação dos alunos, apenas 18 presentes. Nesta aula começamos um novo bloco de estudos, focado em conceitos de geometria plana. Começamos a aula perguntando como estavam os alunos e se tinham alguma dúvida das últimas aulas, como não obtivemos nenhuma pergunta, explicamos sobre o novo bloco e os temas.

Iniciamos a aula falando sobre pontos, reta, semirreta e segmento de reta, mostrando um começo dos princípios para falarmos sobre polígonos, o qual seria o tema principal da aula. Após as primeiras falas, abordamos por meio de *slides* os conceitos de polígonos regulares, irregulares, convexos e côncavos. Para explicar ilustrar esses conceitos, entregamos folhas de sulfites para cada aluno e a cada conceito apresentado, foi pedido para os alunos fazerem a representação do conceito no papel utilizando régua, tesoura e transferidor.

Após a apresentação de todos os conceitos e todos os alunos terem feitos suas representações, fizemos um varal de barbantes e foi pedido para que os alunos levassem suas representações para serem expostas nesse varal.

Durante uma parte da explicação dos polígonos convexos, solicitamos aos alunos construírem um pentágono regular, o que não seria uma tarefa trivial, visto que os ângulos internos medem 108° . Embora tenhamos fornecido transferidores, chamou

nossa atenção o fato de os alunos não saberem utilizar a ferramenta. Aproveitamos essa construção para ensinar o uso deste artefato matemático.

Na sequência, formalizamos para os alunos sobre as partes dos polígonos, como vértices, arestas e faces e, antes de liberá-los para o intervalo, entregamos a lista de exercícios.

Na volta do intervalo, começamos a trabalhar com conceitos sobre área de alguns polígonos, com apresentação do desenho e da fórmula. Mostramos como fazemos os cálculos da soma dos ângulos internos e externos de um polígono e o cálculo no número de diagonais. Na última parte da aula, fizemos um *escape room*, onde os alunos resolveram os desafios de forma muito animada e engajada, para finalizar a atividade.

5º Encontro - 07/06/2025

5.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Triângulos - condição de existência, elementos, classificação, semelhança e congruência.

Objetivo geral: Compreender os conceitos fundamentais relacionados aos triângulos, incluindo suas condições de existência, elementos constituintes, classificações, critérios de semelhança e congruência, desenvolvendo habilidades de observação, análise e aplicação em situações-problema.

Objetivos específicos: Desenvolver a capacidade de construir conhecimento através de corte e dobraduras, explorando propriedades geométricas. Desenvolver o conceito de semelhança entre triângulos, classificar triângulos, identificar e aplicar os critérios de semelhança e congruência.

Tempo de execução: 4 horas-aula

Recursos didáticos: Papel sulfite, régua, tesoura, lápis, compasso (opcional), projetor (para explicações), transferidor e quadro.

Metodologia: Aprendizagem baseada em projeto, aprendizagem entre pares.

Encaminhamento metodológico:

1ª Parte – Acolhimento e atividade inicial (50 min).

Os alunos serão recepcionados e instruídos para formarem duplas. Solicitaremos que os alunos manifestem suas dúvidas referentes ao conteúdo do encontro passado, caso ninguém se manifeste, daremos inícios às atividades do dia.

Em seguida, cada estudante receberá dois canudos cada para tentar montar um triângulo com a seguinte instrução: Devem montar um triângulo com os dois canudos sendo que um deles não pode ser cortado, já o segundo pode ser cortado livremente. Após os grupos perceberem a impossibilidade, iremos formalizar a condição de existência do triângulo, a saber, desigualdade triangular:

Para que seja possível a construção de um triângulo utilizando três segmentos de reta, cujas medidas são a, b e c , devemos ter que a soma de quaisquer duas medidas deve ser maior do que a terceira, ou seja

$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

$$b + c > a$$

Caso as medidas dos segmentos satisfaçam essas três condições, será possível realizar a construção de um triângulo. Utilizando uma construção do site *Geogebra* (<https://www.geogebra.org/m/ds3v8vpy>), iremos testar estas condições de forma dinâmica.

Observaremos que os triângulos, por serem polígonos, possuem os mesmos elementos, isto é, arestas, vértices, ângulos internos, mas que não possuem diagonais. Como já vimos anteriormente na fórmula das diagonais de um polígono

$$d = n(n - 3)/2$$

2ª Parte – Classificação dos triângulos (50 min). Após a formalização e exemplo, introduziremos o conteúdo sobre as classificações quanto aos lados e ângulos de um triângulo, distribuindo mais canudos e pedindo para que os alunos construam triângulos de diferentes formas. Após os alunos realizarem as construções, formalizaremos os conteúdos suscitados.

Classificação quanto os lados de um triângulo:

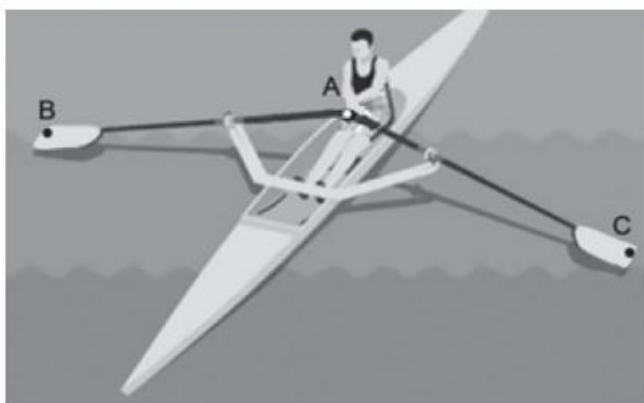
- Triângulo equilátero: possui três lados congruentes, ou seja, com a mesma medida.
- Triângulo isósceles: possui dois lados congruentes. O lado que possui medida diferente é chamado de base.
- Triângulo escaleno: possui três lados com medidas diferentes.

Classificação quanto os ângulos de um triângulo:

- Triângulo acutângulo: possui três ângulos internos agudos, isto é, com medidas menores do que 90° .
- Triângulo retângulo: possui um ângulo interno reto (medida igual a 90°), enquanto os outros dois ângulos internos são agudos.
- Triângulo obtusângulo: possui um ângulo obtuso (medida maior do que 90° e menor do que 180°), enquanto os outros dois ângulos internos são agudos.

Utilizaremos um material disponibilizado no site *Geogebra* (<https://www.geogebra.org/m/ave6wcxe>) para mostrar aos alunos de forma dinâmica as variações de construções de triângulos. Apresentaremos também o seguinte exemplo disponível no mesmo site:

(ENEM 2018) o remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento:



Disponível em: www.remobrasil.com. Acesso em: 6 dez. 2017 (adaptado).

Figura 4: Remador triângulo isósceles

Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e as suas extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo

ângulo $B\hat{A}C$ tem medida de 170° . O tipo de triângulo com vértice nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é:

- a) Retângulo escaleno.
- b) Acutângulo escaleno.
- c) Acutângulo isósceles.
- d) Obtusângulo escaleno.
- e) Obtusângulo isósceles.

Resposta: Obtusângulo isósceles.

3ª Parte - Corte e Dobradura com Triângulos Retângulos (50 min). Cada dupla de alunos receberá uma folha de papel sulfite colorida e serão instruídos a desenharem dois triângulos que contenham um ângulo de 90° e lados com medidas distintas, sem que haja sobra ou desperdício de papel, recortando-os em seguida. Como segundo passo, devem desenhar e recortar um quadrado inscrito com base no maior lado que está oposto ao ângulo de 90° , de modo que os seus vértices superiores toquem as arestas do triângulo, como mostra a ilustração a seguir:

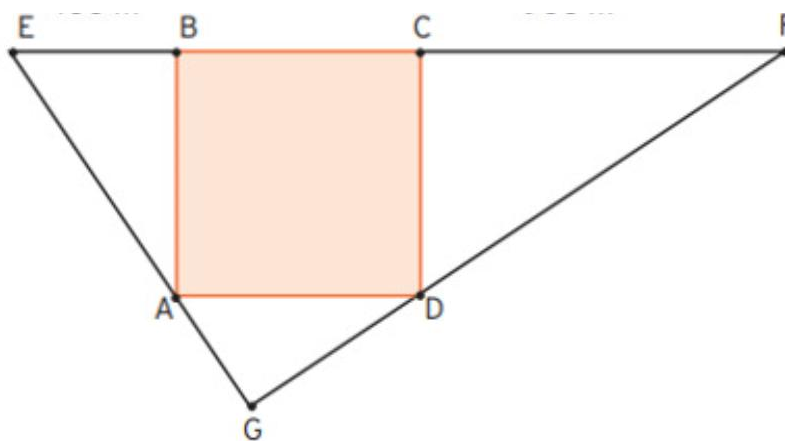


Figura 5: Semelhança de triângulos - recortes

Essa construção resultará em três triângulos menores, os quais, os alunos deverão medir os lados, construir uma tabela e compará-los através de suas proporções e como as medidas de cada um estão se relacionando. Os professores irão circular pelas mesas auxiliando os alunos.

4ª Parte – Congruência e semelhança de triângulos (50 min). Os grupos irão apresentar suas observações e as relações que encontraram. Espera-se que encontrem relações de proporcionalidade presente na semelhança dos triângulos resultantes dos cortes.

Enunciaremos que dois triângulos são semelhantes, se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados correspondentes (homólogos) proporcionais. Se os homólogos são proporcionais, então a razão entre os lados homólogos é uma constante.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

Supondo a existência de dois triângulos ABC (será desenhado no quadro), com lados a, b, c e DEF, com lados d, e, f . O homólogo do lado b (do triângulo ABC) é o lado e (do triângulo DEF). Portanto, os ângulos \hat{A} e \hat{B} correspondem aos ângulos \hat{D} e \hat{E} respectivamente.

Em seguida, os professores apresentarão o conteúdo de congruência de triângulos.

Triângulos congruentes: Dois triângulos são congruentes quando têm os lados e os ângulos correspondentes congruentes. Os casos de congruência de triângulos são os seguintes:

1º caso: Lado, Lado, Lado (LLL)

São congruentes dois triângulos que têm os três lados correspondentes congruentes.

2º caso: Lado, Ângulo, Lado (LAL)

São congruentes dois triângulos que têm os dois lados e o ângulo compreendido entre esses lados correspondentes congruentes.

3º caso: Ângulo, Lado, Ângulo (ALA)

São congruentes dois triângulos que têm dois ângulos e o lado compreendido entre esses ângulos correspondentes congruentes.

Após as explanações, solicitaremos que os alunos utilizem a dobradura feita anteriormente para verificar que os pares de triângulos construídos são semelhantes. Em seguida, proporemos como exercício que eles calculem a medida do lado do quadrado com base nas informações da figura abaixo

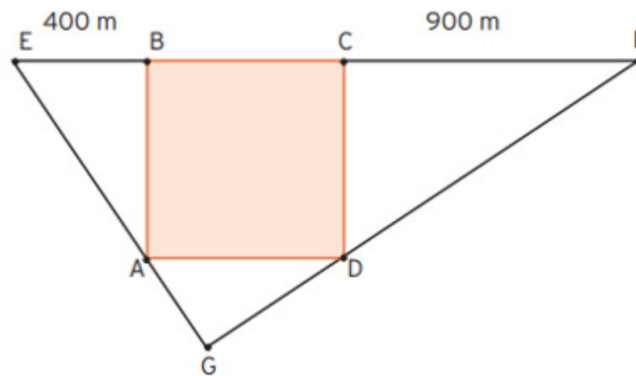


Figura 6: Semelhança de triângulos - exemplo

Resolução: Seja l a medida do lado do quadrado. Como verificamos pelos recortes, os triângulos acima são semelhantes, pelo caso de proporcionalidade dos lados que os compõe. Neste caso, utilizaremos a proporcionalidade dos lados do triângulo ABE e de triângulo CDF. Assim, como o segmento BE está para o segmento CD, e BA está para o segmento CF, temos

$$\frac{400}{l} = \frac{l}{900}$$

$$l^2 = 400 \cdot 900$$

$$l^2 = 3600$$

$$l = 600$$

Portanto, o lado do quadrado mede 600 metros.

Referências:

https://proedu.rnp.br/bitstream/handle/123456789/585/Aula_13.pdf?sequence=13&isAllowed=y

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 8o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 6o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

5.2 Lista de exercícios

1 – Leandro pretende construir um triângulo usando três varetas de madeira que medem 130 cm, 92 cm e 51 cm de comprimento. Leandro conseguirá construir um triângulo com essas varetas? Justifique sua resposta.

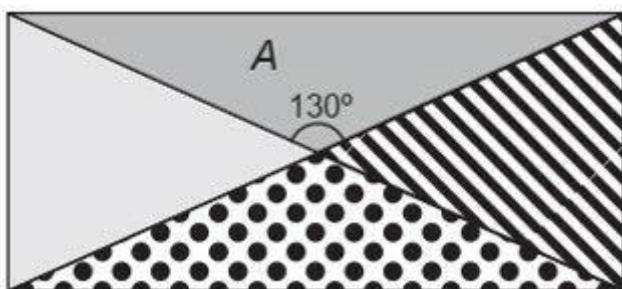
2 – Fernando é um carpinteiro e está separando ripas de madeira de diversos comprimentos para construir estruturas triangulares. Dentre as seguintes opções de trios de ripas, a única capaz de formar um triângulo é:

- a) 3 cm, 7 cm, 11 cm
- b) 6 cm, 4 cm, 12 cm
- c) 3 cm, 4 cm, 5 cm
- d) 7 cm, 9 cm, 18 cm
- e) 2 cm, 6 cm, 9 cm

3 – Em um triângulo, o lado maior mede 35 cm e um dos dois lados menores mede 21 cm. Qual é a medida inteira mínima que o terceiro lado deve ter?

4 – (ENCCEJA 2012) Uma colcha de retalhos, com formato retangular, é feita com quatro recortes triangulares de tecidos, conforme a figura.

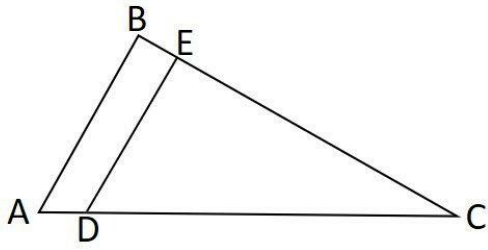
Considere que as costuras nos sentidos das diagonais dessa colcha são perfeitamente retilíneas. O retalho A da colcha, que tem o formato de um triângulo, pode ser classificado quanto a seus ângulos internos e lados, respectivamente, como



- a) acutângulo e equilátero.
- b) obtusângulo e escaleno.
- c) obtusângulo e isósceles.
- d) retângulo e isósceles.

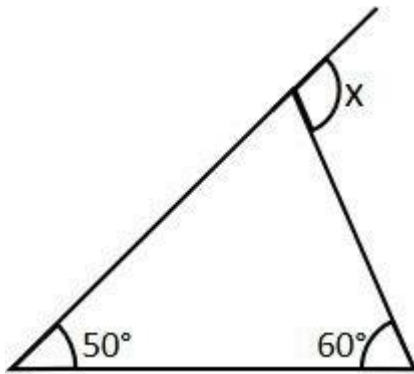
5 – Analise a figura a seguir formada por triângulos, onde DE é paralelo a AB e, sabendo que: $CD = 15$, $AD = 1$ e $AB = 8$

Qual das opções representa o comprimento do lado DE?



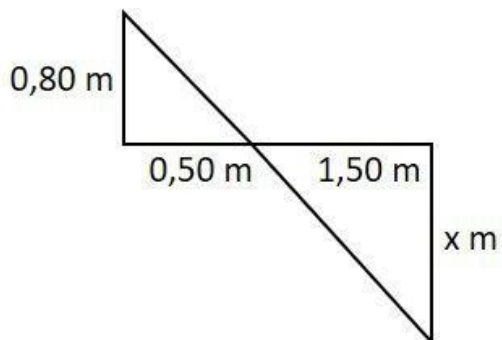
- a) 6,25
- b) 7,00
- c) 7,50
- d) 8,53

6 – Na imagem abaixo, determine a opção em graus do valor do ângulo x .



- a) 10°
- b) 55°
- c) 90°
- d) 110°

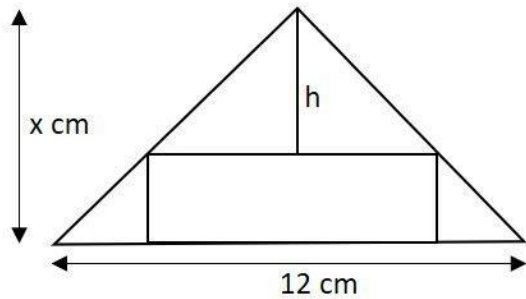
7 – Determine o comprimento do segmento x .



- a) 3,80 m
- b) 2,40 m
- c) 0,93 m

d) 1,3 m

8 – A figura abaixo mostra um retângulo de base de 8 cm e altura de 1 cm, inscrito em um triângulo. A base do retângulo coincide com a base do triângulo. Determine a medida da altura h .



a) 2,00 cm

b) 1,00 cm

c) 0,50 cm

d) 0,25 cm

9 – Fernando é um carpinteiro e está separando ripas de madeira de diversos comprimentos para construir estruturas triangulares.

Dentre as seguintes opções de trios de ripas, a única capaz de formar um triângulo é

a) 3 cm, 7 cm, 11 cm

b) 6 cm, 4 cm, 12 cm

c) 3 cm, 4 cm, 5 cm

d) 7 cm, 9 cm, 18 cm

e) 2 cm, 6 cm, 9 cm

10 – (ENEM - 2024) Na construção de um avião de papel, uma criança dobrou uma folha retangular sobrepondo o lado DC ao lado AB . Assim, ela obteve dois novos retângulos, sendo um deles o retângulo $DCNM$, conforme a figura 1. Em seguida, ela fez uma nova dobradura, mantendo N fixo e sobrepondo o lado CN , de $DCNM$, a um segmento de MN . Essa sobreposição determinou um ponto P em MN e também um ponto Q em DC , conforme a figura 2. Considerando as classificações quanto à medida dos ângulos e à medida dos lados, o triângulo NPQ é:

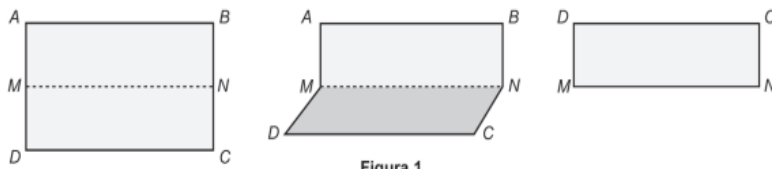


Figura 1



Figura 2

- a) Acutângulo e escaleno.
- b) Acutângulo e isósceles não equilátero.
- c) Acutângulo e equilátero.
- d) Retângulo e escaleno.
- e) Retângulo e isósceles não equilátero.

11 – (ENEM - 2023) Um túnel viário de uma única via possui a entrada na forma de um triângulo equilátero de lado 6 m. O motorista de um caminhão com 3 m de largura deve decidir se passa por esse túnel ou se toma um caminho mais longo. Para decidir, o motorista calcula a altura que esse caminhão deveria ter para tangenciar a entrada do túnel. Considere o caminhão como um paralelepípedo reto. Essa altura, em metro, é:

- a) 3
- b) $3\sqrt{2}$
- c) $3\sqrt{3}$
- d) $3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
- e) $3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

12 – (ENEM – 2022) Uma indústria recortou uma placa de metal no formato triangular ABC , conforme figura 1, com lados 18, 14 e 12 cm. Posteriormente, a peça triangular ABC foi dobrada, de tal maneira que o vértice B ficou sobre o segmento \overline{AC} , e o segmento \overline{DE} ficou paralelo ao lado \overline{AC} , conforme Figura 2.

Sabe-se que, na Figura 1, o ângulo $\hat{A}CB$ é menor que o ângulo $\hat{C}AB$ e este é menor que o ângulo $\hat{A}BC$, e que os cortes e dobraduras foram executados corretamente pelas máquinas. Nessas condições, qual é o valor da soma dos comprimentos, em centímetro, dos segmentos \overline{DB} , \overline{BE} e \overline{EC} ?

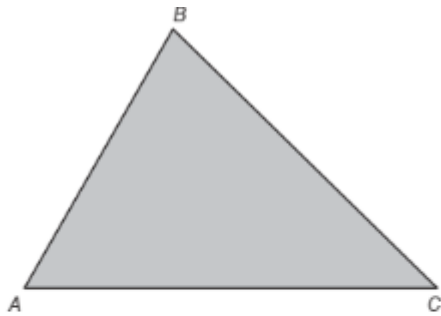


Figura 1

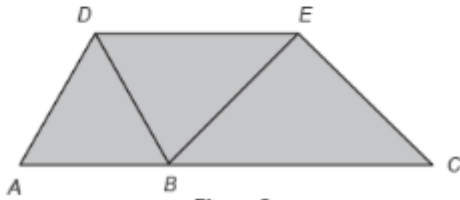


Figura 2

- a) 19
- b) 20
- c) 21
- d) 23
- e) 24

5.3 Relatório

Iniciamos o encontro às 8h com um breve acolhimento dos alunos, solicitando que formassem duplas para as atividades do dia. Em seguida, foi oferecido um momento para que os estudantes pudessem expor dúvidas relacionadas ao conteúdo do encontro anterior. Como não houve manifestações, demos prosseguimento à proposta do dia.

Na primeira atividade, cada aluno recebeu dois canudos: um que não poderia ser cortado e outro que poderia ser ajustado livremente. A proposta era que, com essas duas peças, os alunos tentassem formar um triângulo. A maioria das duplas constatou a dificuldade ou impossibilidade de formar o triângulo em determinadas combinações, o que serviu de base para introduzirmos e formalizarmos a condição de existência de um triângulo, conhecida como desigualdade triangular.

Após essa etapa, utilizamos o *software GeoGebra* para simular a construção de triângulos com diferentes medidas e reforçar visualmente a desigualdade triangular.

Na segunda parte da aula, apresentamos a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Para tornar esse momento mais dinâmico e concreto, entregamos mais canudos aos alunos e pedimos que construíssem diferentes tipos de triângulos. Durante essa atividade, os alunos exploraram, na prática, as características dos triângulos equiláteros, isósceles e escaleno, bem como os acutângulos, retângulos e obtusângulos. Finalizamos esta etapa utilizando um material do *site* oficial do *GeoGebra* que permitiu aos alunos visualizar, de forma interativa, as variações e classificações possíveis na construção de triângulos.

Na terceira etapa da aula, cada dupla recebeu uma folha de papel sulfite colorida e foi orientada a desenhar dois triângulos retângulos com medidas distintas e um ângulo de 90° , sem desperdício de papel. Após o recorte, os alunos foram desafiados a desenhar e recortar um quadrado inscrito, utilizando como base o maior lado (hipotenusa), de modo que os vértices superiores tocassem as arestas do triângulo. Essa atividade teve como objetivo promover uma melhor compreensão da composição dos triângulos e iniciar a percepção de relações geométricas dentro dessas figuras.

Encerramos o encontro com a apresentação, pelos próprios grupos, das observações e descobertas obtidas na atividade anterior. Durante esse momento, conduzimos uma discussão coletiva sobre os conceitos de congruência e semelhança de triângulos, a partir das figuras construídas. Os alunos conseguiram identificar relações de proporcionalidade entre os lados, característica fundamental da semelhança de triângulos, e alguns grupos conseguiram perceber quando dois triângulos podiam ser considerados congruentes.

A aula foi bastante produtiva e participativa. A sequência de atividades propostas permitiu que os alunos compreendessem, de forma concreta, os principais conceitos envolvendo triângulos. O uso de materiais manipulativos e recursos digitais foi essencial para tornar a aula mais dinâmica e significativa. A participação dos alunos foi satisfatória e muitos demonstraram interesse e curiosidade ao longo das atividades.

6º Encontro – 14/06/2025

6.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Definição de circunferência, cálculo do π e sólidos geométricos.

Objetivo geral: Compreender a existência de uma circunferência; descobrir como é calculado e de onde veio o número π ; conhecer os sólidos geométricos e suas definições;

Objetivos específicos: Analisar os conceitos de existência para uma circunferência e seus nomes aos segmentos. Compreender a relação do número π com a circunferência e os polígonos. Analisar os sólidos geométricos e seus respectivos nomes por definição. Resolver o cálculo do volume de sólidos geométricos em soluções-problemas.

Tempo de execução: 4 horas-aula

Recursos didáticos: Papel sulfite, régua, lápis, tesoura, cola, projetor (para explicações), objetos cilíndricos.

Encaminhamento metodológico:

1ª parte (50 min).

Inicialmente, retomaremos a aula anterior para perguntar se ficou alguma dúvida sobre o conteúdo ou alguma dúvida sobre a lista de exercícios que foi deixada como atividade complementar.

Para começar o conteúdo do presente encontro, recordaremos os conceitos primitivos de ponto e reta, adicionando o conceito de plano e espaço para, em seguida, trabalhar os conceitos da circunferência, que não foram abordados nos encontros anteriores.

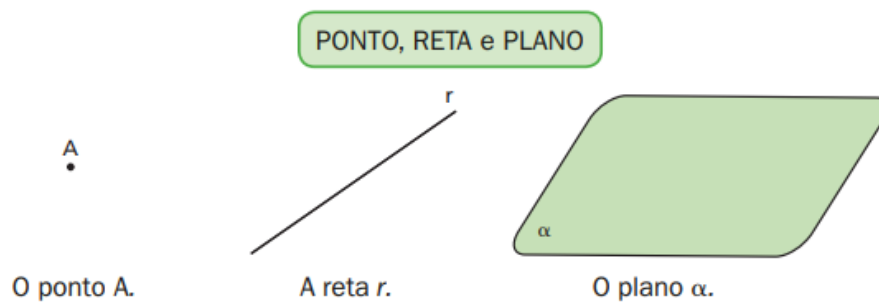


Figura 7: Ponto reta e plano

Definiremos que *circunferência* é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano. Esse ponto fixo é chamado de *centro* da circunferência. Todo segmento de reta que une o centro a qualquer ponto da circunferência chama-se *raio*, sendo este indicado por r .

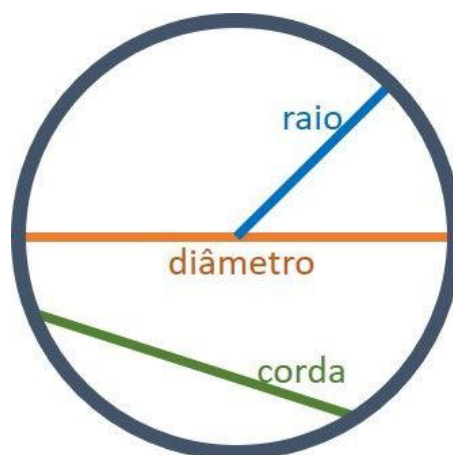


Figura 8: elementos da circunferência

Quando unimos dois pontos quaisquer de uma circunferência, formamos um segmento de reta chamado *corda*. A corda que passa pelo centro da circunferência chama-se *diâmetro*, e sua medida, denotada por d , é igual ao dobro da medida do raio, ou seja $d = 2r$.

Comprimento da Circunferência

O *comprimento* ou *perímetro* da circunferência é a medida de seu entorno. Ele é diretamente proporcional ao raio, ou seja, quanto maior o raio, maior o perímetro. A fórmula para calcular o comprimento da circunferência é:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

onde C denota o comprimento ou perímetro da circunferência, π um número irracional

e r o raio da circunferência. A fórmula do comprimento mostra que o número π pode ser obtido por meio da divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro. Questionaremos aos alunos como obter um valor aproximado para π antes de revelar essa relação. Com essa pergunta, poderemos partir para a primeira dinâmica do dia, onde os alunos medirão o perímetro e o diâmetro da base de objetos cilíndricos (como garrafinhas de água), obtendo aproximações para π . Para isso, os alunos utilizarão a seguinte tabela:

Nome do Objeto	Comprimento (C)	Diâmetro (d)	$\frac{C}{d}$

Após a dinâmica, vamos retomar a aula sobre polígonos, mostrando o porquê medimos o comprimento da circunferência para achar o número π . Para isso, utilizaremos o *software GeoGebra* e a atividade disponibilizada em <https://www.geogebra.org/m/s5hwsyga>, que demonstra pelo método de Arquimedes como é feito o cálculo do π .

Na sequência, forneceremos a fórmula para o cálculo da área A de uma circunferência:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Falaremos sobre sólidos geométricos, começando pelos poliedros e corpos redondos e depois diferenciando prismas e pirâmides.

2ª parte: Poliedros e Corpos Redondos (50 min).

Iniciaremos essa parte do encontro definindo poliedros e corpos redondos, definindo prismas e pirâmides logo em seguida.

- *Poliedros* (*poli*=muitos; *edros*=faces) – suas características são faces planas, vértices e arestas. Exemplo: cubo, pirâmide e dodecaedro.

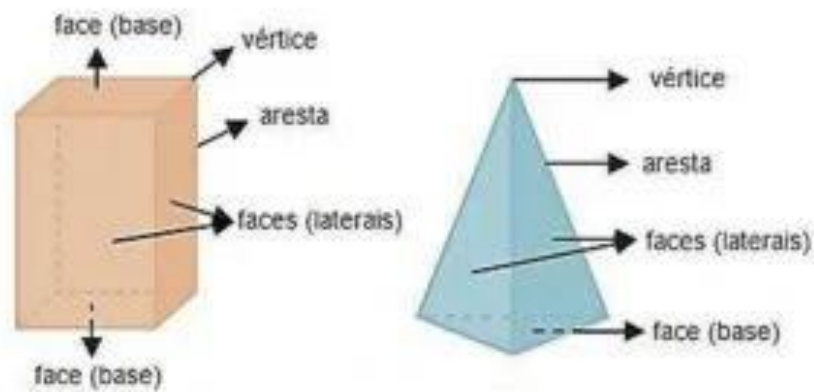


Figura 9: Poliedros

- *Corpos Redondos* – possuem superfície arredondada, isto é, não possuem faces ou arestas. Exemplo: Esfera, Cilindro e Cone.



Figura 10: esfera

Prismas e Pirâmides

Prismas são poliedros que possuem faces laterais retangulares e duas bases idênticas e paralelas entre si. As *pirâmides* possuem apenas uma base, faces laterais triangulares e as arestas determinadas pelas faces laterais possuem um vértice em comum. Destacaremos alguns tipos de prismas e pirâmides por meio do seguinte quadro.

Nomenclatura

A nomenclatura de prismas e pirâmides é feita de acordo com o polígono da base. Observe o quadro com exemplos de nomenclatura de alguns poliedros.

Poliedro \ Número de lados da base	3 lados	4 lados	5 lados	6 lados
Prisma	Prisma triangular	Prisma quadrangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Pirâmide	Pirâmide triangular	Pirâmide quadrangular	Pirâmide pentagonal	Pirâmide hexagonal

Figura 11: Nomenclatura poliedros

Giovanni Junior, *A conquista matemática 8º ano*

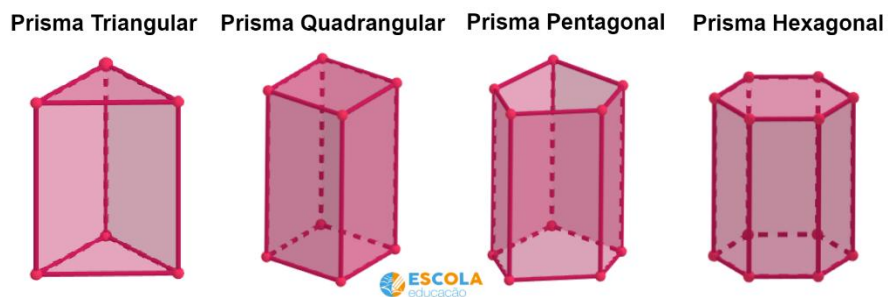


Figura 12: Prismas

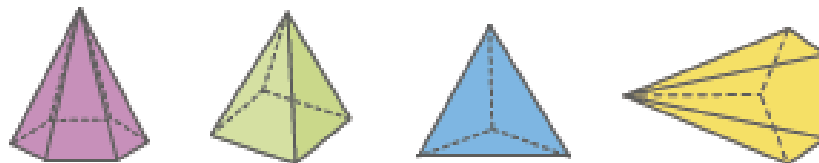


Figura 13- Pirâmides

Mostraremos as formas de cada um usando o Geogebra (<https://www.geogebra.org/m/emhuybqr>).

Relembraremos o conceito de convexidade de figuras geométricas discutidas no encontro sobre polígonos, mencionando que este conceito também se aplica aos poliedros. Além disso, mencionaremos que um polígono convexo é regular quando:

- suas faces são polígonos regulares e congruentes;
- os ângulos formados entre arestas com vértice comum são congruentes.

Com isso, enunciaremos a *relação de Euler*. Exemplo a ser apresentado, cubo:

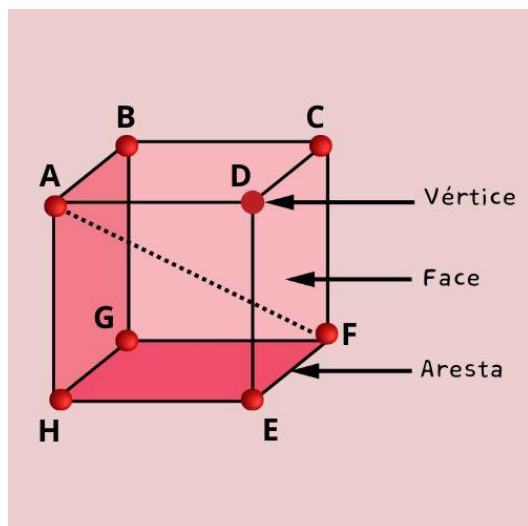


Figura 14: Relação de euler diagonais

Relação de Euler

Para todo poliedro convexo, vale a relação

$$V - A + F = 2$$

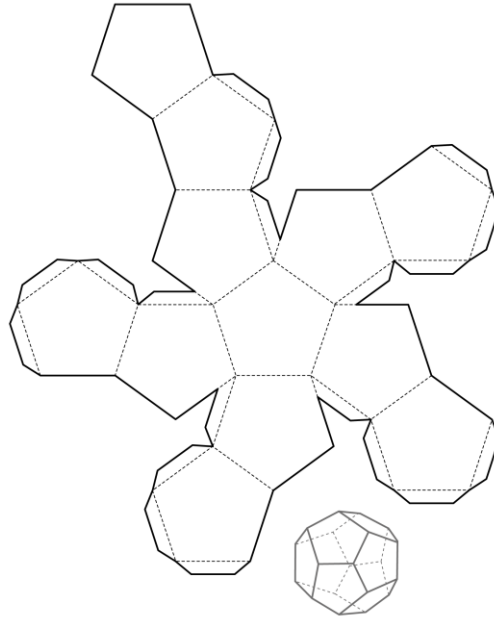
em que V é o número de vértices, A é o número de arestas e F o número de faces do poliedro. Com essa relação, apresentaremos os poliedros de Platão, uma classe especial de poliedros.

3ª parte: Sólidos de Platão (50 min). Um poliedro é chamado de *poliedro de Platão* se, e somente se, satisfaz as três seguintes condições:

- todas as faces têm o mesmo número de arestas;
- cada vértice possui o mesmo número de arestas partindo deles;
- vale a relação de Euler ($V - A + F = 2$).

Existem apenas 5 poliedros de Platão, são eles: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. Os alunos irão calcular o somatório das áreas de cada polígono plano da figura, então traremos as versões regulares desses poliedros para os alunos montarem. Com isso, veremos como é feito o cálculo da área total da superfície de um poliedro. Com os poliedros montados, observaremos as características mencionadas anteriormente. Para essa atividade, entregaremos folhas impressas com os cinco poliedros de Platão como nas imagens abaixo:

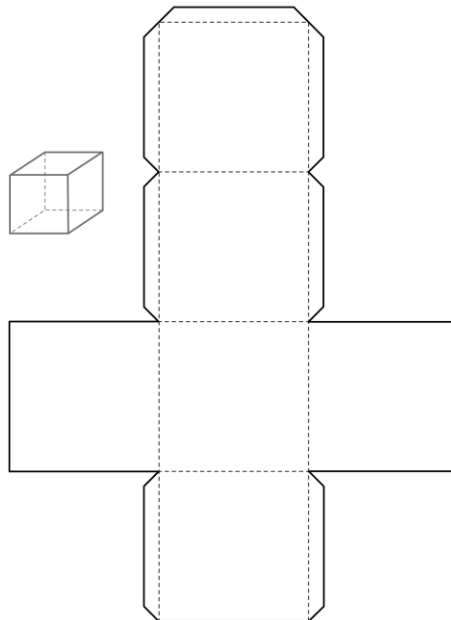
Dodecahedron 3D Model



supercoloring.com/paper-crafts

Figura 15: Dodecaedro planificado

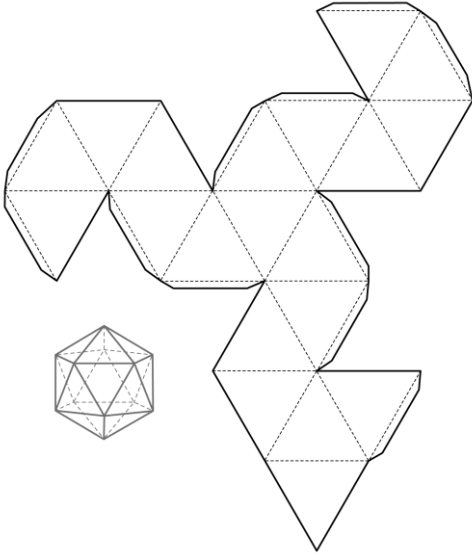
Cube 3D Model



supercoloring.com/paper-crafts

Figura 16: Cubo planificado

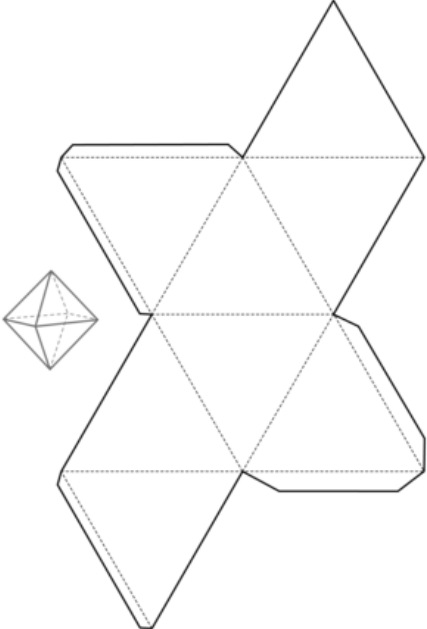
Icosahedron 3D Model



supercoloring.com/paper-crafts

Figura 17: Icosaedro planificado

Octahedron 3D Model



supercoloring.com/paper-crafts

Figura 18: Octaedro planificado

Tetrahedron 3D Model

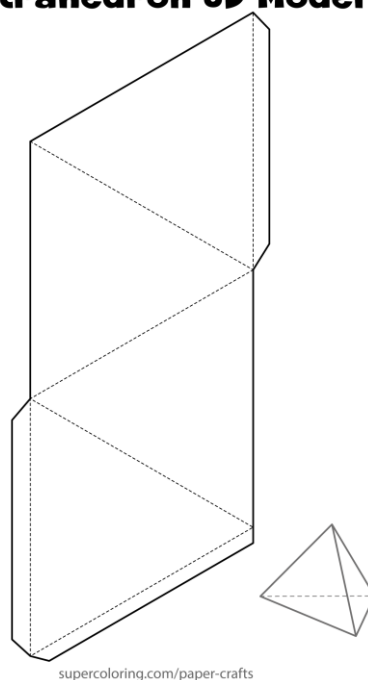


Figura 19: Tetraedro planificado

Por fim, exploraremos o cálculo do volume de alguns sólidos geométricos. Utilizaremos o princípio de Arquimedes para estimar o volume de algumas figuras. Este princípio nos diz que o volume do líquido deslocado por um objeto imerso é igual ao volume do objeto imerso. Este princípio é fundamental para entender a flutuação e o empuxo em fluidos. Vamos utilizar um aplicativo interativo disponibilizado no link: https://phet.colorado.edu/sims/html/buoyancy/latest/buoyancy_all.html?locale=pt_BR

Apresentaremos a fórmula do volume das seguintes figuras geométricas:

- Cubo: $V = a^3$ (a : medida das arestas do cubo);
- Bloco Retangular: $V = a \cdot b \cdot c$ (a, b, c : dimensões do bloco);
- Cilindro: $V = \pi r^2 \cdot h$ (r : raio da base do cilindro, h : altura do cilindro).

4ª parte (50 min)

Como não tivemos tempo de trabalhar as listas de exercícios em sala durante os últimos encontros, pediremos para que os alunos peguem as listas dos dois últimos encontros e, em conjunto com a liste deste encontro, utilizem o tempo restante da aula para tentar resolvê-los. Auxiliaremos os alunos conforme as dúvidas forem surgindo.

A ideia desse momento, é que a retomada dos conteúdos abordados seja feita

com o objetivo de fixação do conteúdo.

Finalizaremos a aula avisando que na próxima semana passaremos para o próximo bloco, relatando que iremos falar sobre álgebra.

Referências:

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 8o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 6o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Dolce, Osvaldo. Fundamentos da matemática elementar vol 10 : ensino fundamental: anos finais / Pompeo José. Geometria espacial – 7. Ed – São Paulo: FTD, 2013.

6.2 Lista de exercícios

1) (Enem 2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza. A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura abaixo é:



Figura 1

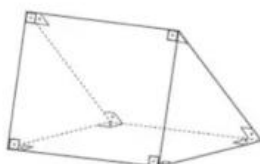
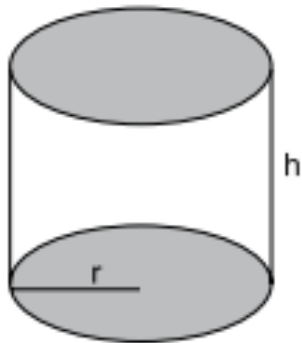


Figura 2

- A) tetraedro
- B) pirâmide retangular
- C) tronco de pirâmide retangular
- D) prisma quadrangular reto
- E) prisma triangular reto

2) (Vunesp 2019) Analise o sólido geométrico da figura:



Se $h = 48$ cm e $r = 17$ cm, esse sólido tem volume igual a: (use $\pi = 3,14$)

- a) $0,082 \text{ m}^3$
- b) $0,068 \text{ m}^3$
- c) $0,123 \text{ m}^3$
- d) $0,044 \text{ m}^3$
- e) $0,246 \text{ m}^3$

3) Sobre os sólidos geométricos, julgue as afirmativas a seguir como verdadeiras ou falsas:

I – Os sólidos geométricos são divididos em poliedros e corpos redondos.

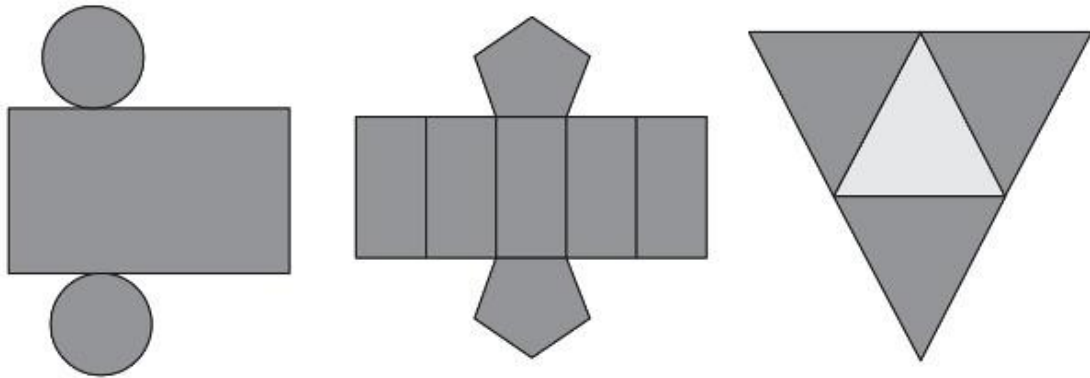
II – Pirâmides e trapézios são exemplos de poliedros.

III – Esfera e cone são exemplos de corpos redondos.

Podemos afirmar que:

- a) Somente I e II estão corretas.
- b) Somente II e III estão corretas.
- c) Somente I e III estão corretas.
- d) Todas estão corretas.
- e) Todas estão incorretas

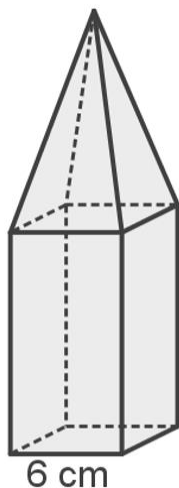
4) (Enem 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

5) Uma pirâmide reta de base quadrada foi soldada sobre um prisma reto de bases congruentes à base da pirâmide, formando um sólido geométrico parecido com o da figura.



Sabendo que a aresta da base do prisma mede 6 cm e que sua altura e a altura da pirâmide medem o dobro da aresta da base do prisma, qual o volume do sólido geométrico formado nessa construção?

- a) 144 cm³
- b) 256 cm³
- c) 288 cm³
- d) 432 cm³

e) 576 cm^3

6) Qual o volume e a área superficial total de um paralelepípedo reto com dimensões de 5 cm, 7 cm e 9 cm?

a) volume 63 cm^3 e área 143 cm^2

b) volume 315 cm^3 e área 286 cm^2

c) volume 315 cm^3 e área 286 cm^2

d) volume 620 cm^3 e área 572 cm^2

e) volume 620 cm^3 e área 572 cm^2

7) Uma circunferência possui raio medindo 18 cm. Utilizando $\pi = 3,14$, então o comprimento dessa circunferência é:

A) 40,12 cm

B) 56,54 cm

C) 82,28 cm

D) 109,14 cm

E) 113,04 cm

8) Uma praça possui formato circular com 24 metros de diâmetro. Durante o planejamento do evento de inauguração da praça, o prefeito pediu que fosse feita uma cerca em todo o comprimento da circunferência, para controlar a entrada dos visitantes desse evento. Qual é o comprimento mínimo de material necessário para cercar toda a praça?

(Use $\pi = 3$)

a) 52 m

b) 64 m

c) 72 m

d) 144 m

e) 162 m

9) Uma região circular possui comprimento medindo 18π cm. Nessas condições, a medida do raio dessa região é igual a:

a) 18 cm

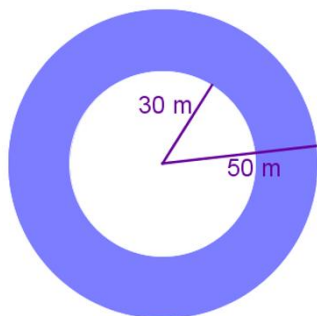
b) 12 cm

c) 9 cm

d) 6 cm

e) 3 cm

10) Planeja-se construir uma piscina circular com uma ilha no meio, também circular. Sabendo que o raio da ilha possui 30 metros e que o raio da piscina possui 50 metros, qual é a área da superfície da piscina? ($\pi = 3,14$).



- a) 7850 m²
- b) 7580 m²
- c) 2826 m²
- d) 2682 m²
- e) 5024 m²

6.3 Relatório

No dia 14 de junho de 2025, nós, estagiários do curso PROMAT (Carlos, Marcos e Leonardo), realizamos uma aula com foco em geometria plana e espacial. A aula foi iniciada às 8h com o acolhimento dos alunos, momento que durou aproximadamente 10 minutos.

Seguindo o planejamento, demos o pontapé inicial com a retomada da aula anterior, esclarecendo dúvidas trazidas pelos alunos. Para iniciar o conteúdo, revisitamos alguns conceitos fundamentais de aulas passadas sobre ponto, reta, plano, espaço, polígonos, aresta e vértice, que consideramos essenciais para a compreensão dos novos tópicos.

A primeira parte da aula foi dedicada ao estudo da circunferência. Em seguida, fornecemos barbantes e alguns objetos com faces circulares (copos, rolos de papel higiênico, tampinhas de garrafa, entre outros) para que os alunos realizassem medições práticas. Eles ficaram responsáveis por montar uma tabela com os dados coletados, cujo objetivo era encontrar a relação entre o perímetro e o diâmetro dos objetos, levando-os a descobrir o número π (pi) por meio da experimentação.

Após a construção da tabela, apresentamos a fórmula do perímetro da circunferência no quadro, reforçando o conceito trabalhado. Na sequência, introduzimos o conteúdo sobre poliedros, corpos redondos e suas características. Com o apoio do nosso plano de aula, abordamos também prismas e pirâmides, utilizando o *software GeoGebra* para ilustrar a estrutura dos prismas (de acordo com o número de lados da base) e das pirâmides, além da representação de corpos redondos e da esfera.

Posteriormente, trabalhamos a Relação de Euler, aplicando-a ao cubo, um poliedro regular. Junto aos alunos, verificamos a validade da relação.

Encerramos o conteúdo com a apresentação dos cinco sólidos de Platão, explicando as condições para que um sólido seja considerado platônico, sendo elas.

Disponibilizamos aos alunos algumas planificações impressas dos cinco sólidos, para que calculassem as áreas dos polígonos correspondentes. Após os cálculos, eles montaram os sólidos, o que lhes permitiu observar na prática as características mencionadas. Finalizamos a aula com a aplicação de uma lista de exercícios, consolidando os conteúdos abordados.

7º Encontro – 21/06/2025

7.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Expressões Numéricas (Algébricas), ideia de variável, lei de formação de uma sequência. Uso de letras para representar números, valor numérico de uma expressão algébrica, Monômio ou termo algébrico, Monômios semelhantes, Adição algébrica de monômios, Multiplicação de monômios, Divisão de monômios, Potenciação de monômios, Polinômios, Polinômio reduzido e Adição, multiplicação e divisão algébrica de polinômios.

Objetivo geral: Compreender e aplicar os conceitos fundamentais das expressões algébricas, incluindo o uso de variáveis, propriedades operatórias e leis de formação de sequências. Desenvolver a habilidade de manipular monômios e polinômios por meio das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, a fim de promover o raciocínio algébrico e a resolução de problemas matemáticos.

Objetivos específicos: Reconhecer a estrutura de uma expressão numérica e algébrica, aplicando-os na transformação e resolução de expressões. Identificar monômios e classificá-los quanto a coeficiente, parte literal e grau. Distinguir e operar monômios semelhantes, realizando corretamente a adição e subtração algébrica. Reduzir polinômios a sua forma mais simples, utilizando a combinação de termos semelhantes colocando-os em evidência. Identificar a lei de formação de uma sequência numérica ou algébrica, compreendendo a lógica por trás de padrões e regularidades.

Tempo de execução: 4 horas-aula

Recursos didáticos: régua, lápis, quadro e giz.

Metodologia: Aprendizagem Baseada em Problemas.

Encaminhamentos metodológicos:

1ª Aula: Acolhimento e expressões numéricas (50 min).

O início do encontro se dará através do acolhimento de nossos alunos, onde iremos retomar de forma breve o conteúdo do encontro anterior, questionando-os sobre eventuais dúvidas, auxiliando-os nas resoluções solicitadas. Caso não haja dúvidas, iremos seguir com a proposta do encontro.

Após o período de acolhimento, relembremos alguns conceitos de conjuntos numéricos para dar início às expressões numéricas. Iniciaremos as expressões numéricas trabalhando com os números naturais, mostrando a ordem das operações. Explicitaremos que a ordem a ser seguida é:

- Resolver primeiro as raízes quadradas e as potenciações na ordem em que aparecem;
- Em seguida, resolver as divisões e as multiplicações na ordem em que aparecem;
- Por último, resolver a adição e subtração algébrica.

Ainda em expressões numéricas, devemos respeitar a eliminação dos sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves, nessa ordem). Segue um exemplo a ser trabalhado com a turma, mostrando a aplicabilidade das regras:

$$\begin{aligned}
& (-5 + 2)^2 : (-9) - [\sqrt{4} \cdot (-4 - 2) - (-1)^3 \cdot (-5 + 8)] \mid = \\
& = (-3)^2 : (-9) - [\sqrt{4} \cdot (-6) - (-1)^3 \cdot (+3)] = \longrightarrow \text{Resolvemos as operações no interior dos parênteses.} \\
& = (+9) : (-9) - [2 \cdot (-6) - (-1) \cdot (+3)] = \longrightarrow \text{Efetuamos as raízes e as potenciações.} \\
& = (-1) - [(-12) - (-3)] = \longrightarrow \text{Efetuamos as divisões e as multiplicações.} \\
& = -1 - [-12 + 3] = \longrightarrow \text{Eliminamos os parênteses.} \\
& = -1 - [-9] = \longrightarrow \text{Resolvemos as operações no interior dos colchetes.} \\
& = -1 + 9 = \longrightarrow \text{Eliminamos os colchetes.} \\
& = 8
\end{aligned}$$

Figura 20: expressões numéricas

Depois do exemplo apresentado, iremos disponibilizar uma lista de exercícios para que os alunos trabalhem com as expressões numéricas, de modo a enfatizar e colaborar com a fixação do conteúdo:

Exercícios: Nos itens de 1 a 3, resolva as expressões numéricas

$$1) \left\{ 2 + \left[2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{9}}{3} \cdot 4 \right) \right] \cdot 3^2 \right\}$$

Resolução: Primeiro resolveremos as operações dentro dos parênteses, resolvendo a radiciação, divisão e multiplicação, obtendo o valor 4. Em seguida, operamos as multiplicações dentro dos colchetes resultando em $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Com parênteses e colchetes resolvidos, partimos para as operações dentro das chaves, operando a potenciação, multiplicação e adição nesta ordem, obtendo então o valor numérico da expressão 218.

$$2) \frac{(4^3 - \sqrt{81} + 3 \cdot 5)}{\{2 \cdot (2^2 - 3)\}}$$

Resolução: Primeiro resolveremos as operações dentro dos parênteses tanto no numerador quanto no denominador. No numerador, iremos operar radiciação, potenciação, multiplicação, subtração e adição nesta ordem, resultando em 70. No denominador operamos a potenciação e em seguida a subtração que resulta em 1. Logo após, efetuamos a multiplicação dentro das chaves e obtemos o valor numérico 2. Finalmente, operamos a divisão, chegando então em 35.

$$3) \{2 \cdot 4 + 5 - 9 \cdot (5^2 - \sqrt{625}) \cdot [\sqrt{9} + 6] \cdot 1\}$$

Resolução: Primeiro resolveremos as operações dentro dos parênteses, a saber, potenciação, radiciação e subtração nesta ordem, obtendo o valor 0. Em seguida

resolvemos as operações dentro dos colchetes (radiciação e adição), obtendo o valor 9. Dentro das chaves operamos as multiplicações, adição e subtração, obtendo o valor final 13.

2ª Aula: Expressões Algébricas, lei de formação de sequências e ideia de variável (50 min).

Após orientação e correção dos exercícios com os alunos, adentraremos ao conteúdo das expressões algébricas, iniciando com a seguinte definição:

Definição: Uma expressão que apresenta números e letras relacionadas com as operações matemáticas é denominada expressão algébrica. As letras que aparecem na expressão, que normalmente representam números reais, são chamadas de variáveis.

Exemplo1: São expressões algébricas $3x + 2y - 4$, $4y - 5$ e $3x^2 + 5$.

Na sequência, apresentaremos os conceitos relacionados com a formação de sequências.

Lei de formação de uma sequência: Quando identificamos um padrão (ou regra) de formação de uma sequência, podemos escrever uma expressão que indica como obter cada termo dessa sequência. Essa expressão é chamada de lei de formação da sequência. No estudo sobre sequências, geralmente utilizamos a letra n para indicar a posição de um termo qualquer, além de representar o termo de acordo com a lei de formação desta.

Exemplo 2: Observe a figura a seguir:

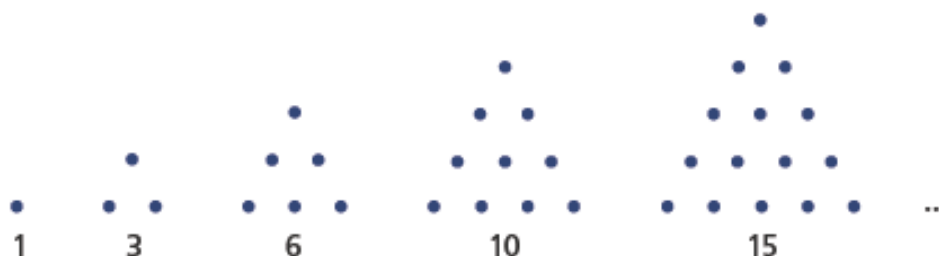


Figura 21: lei de formação de uma sequência

Qual é a lei de formação dessa sequência?

Essas figuras são arranjos de pontos em forma de triângulos, e os números associados a cada termo (um número triangular) correspondem à quantidade de

pontos da figura. Analisando a formação das figuras, percebemos que a segunda figura tem 2 pontos a mais que a primeira, a terceira tem 3 pontos a mais que a segunda, a quarta tem 4 pontos a mais que a terceira e assim por diante, de modo que:

$$\begin{aligned} T_1 &= 1 \\ T_2 &= T_1 + 2 = 3 \\ T_3 &= T_2 + 3 = 6 \\ T_4 &= T_3 + 4 = 10 \\ T_5 &= T_4 + 5 = 15 \end{aligned}$$

Logo, a lei de formação dessa sequência é dada por: $T_1 = 1$ e $T_n = T_{n-1} + n$, em que n é um número natural e $n > 1$.

Exemplo 3: Observe a seguinte sequência do quadro abaixo e descubra a sua lei de formação:

Termos da sequência	2	3,5	5	6,5	8
Posição (n)	1	2	3	4	5

Nesta sequência temos que o termo na posição 1 tem o valor igual a 2 e que cada termo seguinte é igual ao termo anterior somado com 1,5. Ao pensarmos que a cada posição n temos uma adição de 1,5 e que essa adição se repete, podemos entender a presença da operação de multiplicação referente à posição n , portanto:

$$n = 1 \rightarrow 1,5 \cdot 1 = 1,5$$

$$n = 2 \rightarrow 1,5 \cdot 2 = 3$$

$$n = 3 \rightarrow 1,5 \cdot 3 = 4,5$$

E assim por diante nos termos subsequentes, logo notamos que a cada multiplicação nos falta a quantia referente a 0,5 para obtermos o termo da sequência, logo, podemos escrever a expressão algébrica que denota o termo como sendo $1,5 \cdot n + 0,5$.

Exemplo 4: Considere a sequência dos números quadrados perfeitos.

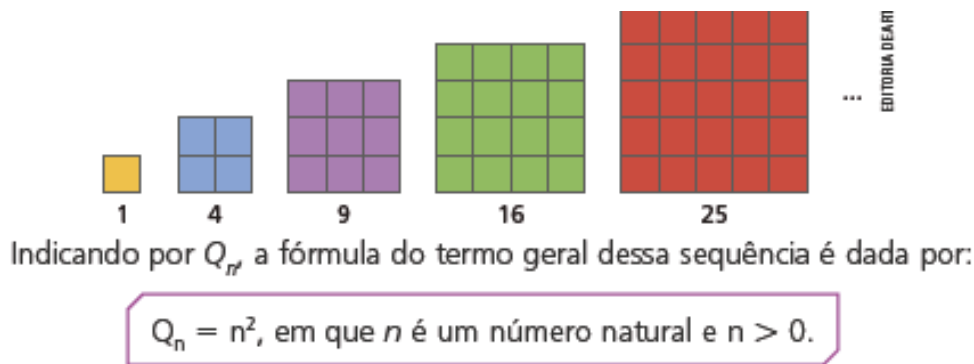


Figura 22: lei de formação de sequência 2

Na fórmula do termo geral, n é uma variável, pois pode assumir o valor de qualquer número natural não nulo, e n^2 uma expressão algébrica. Quando substituirmos um valor de n na fórmula do termo geral, estamos obtendo o valor numérico da expressão algébrica n^2 para esse valor substituído.

Valor numérico de uma variável: Iremos indagar nossos discentes com a seguinte pergunta: “**o que vocês conhecem da palavra variável?**”. O objetivo é promover uma discussão a respeito do tema, então apresentaremos a ideia de variável, como sendo um termo que pode assumir diferentes valores a depender da situação e momento. Iniciaremos esse momento com a seguinte definição:

Definição: Quando substituirmos as variáveis de uma expressão algébrica por números e efetuamos os cálculos indicados, obtemos o valor numérico da expressão algébrica para esses números.

Exemplo 5: Como obtemos o décimo termo da sequência dos números quadrados perfeitos? Sabemos que $n = 10$ e substituindo esse valor na expressão algébrica que determina os termos temos que:

$$n^2 = 10^2 = 100$$

Assim, 100 é o valor numérico da expressão n^2 para $n = 10$, ou seja, o décimo termo dessa sequência. Observe também que se conhecemos o termo da sequência, podemos descobrir sua posição nessa sequência, como veremos no próximo exemplo.

Exemplo 6: Qual é a posição do número 625 na sequência dos números quadrados perfeitos? Substituindo na expressão algébrica temos:

$$n^2 = 625$$

“Qual é o número natural que elevado ao quadrado resulta em 625?”

$$n = \sqrt{625} = 25$$

Nessa situação, dizemos que n é uma incógnita, pois representa um valor a ser obtido, pois estávamos à procura de uma posição específica.

Exemplo 7: O formato e as medidas de um terreno estão representados na figura a seguir:

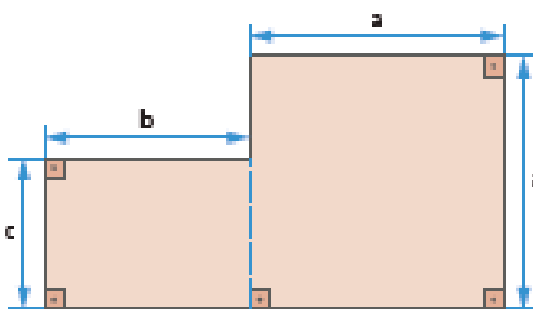


Figura 23: expressão algébrica por área

A área desse terreno é dada pela expressão algébrica: $a^2 + b \cdot c$, onde:

a^2 : área do quadrado de lado medindo a ;

$b \cdot c$: área do retângulo com lados medindo b e c .

Vamos supor que o lado do quadrado meça 20 unidades de comprimento, enquanto as medidas b e c do retângulo sejam 16 e 12 unidades de comprimento, respectivamente. Nessas condições, vamos calcular a área desse terreno.

$$\begin{aligned} & a^2 + b \cdot c \\ &= 20^2 + 16 \cdot 12 \\ &= 400 + 192 \\ &= 592 \end{aligned}$$

Portanto, a área desse terreno será 592 unidades de área. O número 592, assim obtido, chama-se valor numérico da expressão algébrica $a^2 + b \cdot c$ para $a = 20$, $b = 16$ e $c = 12$.

Exemplo 8: $3x + 5$

- O número 3 é chamado de coeficiente, pois está multiplicando a letra.

- A letra x é o valor que iremos atribuir para encontrar o valor numérico da expressão.
- O número 5 é o termo constante, porque não depende da variável, ele não muda.

Se eu escolhermos um valor para x , por exemplo $x = 2$, então a expressão $3x + 5$ se transforma em $3 \cdot 2 + 5$, que resulta em 11. Cada valor numérico escolhido para a variável x muda o resultado da expressão.

Exemplo 9: $4y - 7$

- O número 4 é o coeficiente, pois está multiplicando a variável.
- A letra y é o valor que iremos atribuir para encontrar o valor numérico da expressão.
- O número -7 é o termo constante, pois não depende da variável.

Se escolhermos, por exemplo, $y = 3$, a expressão $4y - 7$ vira $4 \cdot 3 - 7 = 12 - 7 = 5$. Observaremos novamente que o valor da expressão muda conforme o valor escolhido para a variável y .

3ª Aula: Igualdade de Expressões (20 min).

Usamos sentenças para nos comunicar tanto na linguagem oral quanto na linguagem escrita. Em matemática, também usamos sentenças, e a maioria delas apresenta afirmações sobre números. Nas sentenças matemáticas, usamos símbolos no lugar de palavras.

$=$ (igual a) \neq (diferente de) $>$ (maior do que)
 $<$ (menor do que) \Leftrightarrow (equivalente a) \Rightarrow (implica)

De modo geral, podemos representar uma igualdade por $a = b$, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Isso é chamado de princípio da igualdade.

Exemplo 10: $\underbrace{2 + 5}_a = \underbrace{7}_b$

Em uma igualdade, temos:

- A expressão matemática situada à esquerda do símbolo $=$ é denominada 1º membro da igualdade

- A expressão matemática situada à direita do símbolo = é denominada 2º membro da igualdade.

$$\underbrace{2 + 5}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{7}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Propriedades de uma igualdade

Há três propriedades relacionadas à igualdade.

1ª propriedade: $a = a$, para qualquer a . Essa é a propriedade reflexiva

$$2 = 2$$

2ª propriedade: $a = b \Leftrightarrow b = a$, para quaisquer a e b . Essa é a propriedade simétrica.

$$2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5$$

3ª propriedade: $a = b$ e $b = c \Rightarrow a = c$, para quaisquer a , b e c . Essa é a propriedade transitiva.

$$2 + 5 = 7 \text{ e } 7 = 8 - 1 \Rightarrow 2 + 5 = 8 - 1$$

Além disso, temos dos princípios de equivalência:

Princípio aditivo: adicionando um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtemos uma igualdade equivalente. Então, temos:

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

Princípio multiplicativo: multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, obtemos uma igualdade equivalente. Então, temos:

$$a = b \rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

Mencionaremos que os conceitos apresentados serão utilizados nos próximos encontros sobre funções e equações de primeiro grau.

4ª Aula: Monômios, monômios semelhantes, adição, divisão, multiplicação e potenciação de monômios (40 min).

Iniciaremos este momento com a seguinte definição.

Definição: Denomina-se monômio, ou termo algébrico, todo número ou toda expressão algébrica formada apenas por uma variável ou por uma multiplicação de números e variáveis, em que as variáveis têm como expoentes somente números naturais.

Exemplo 11: São monômios $3x$, $4xy$, $3y^2$ e $6x^3$.

Definição: Quando dois ou mais monômios apresentam a mesma parte literal, isto é, mesmas variáveis com os mesmos expoentes, eles são denominados monômios semelhantes ou termos semelhantes.

Exemplo 12: $3x$ e $2x$ são monômios semelhantes, pois ambos são dados em termos da variável x com expoente igual a 1 (mesma parte literal). Por outro lado, $3y$ e $5x$ não são monômios semelhantes, pois suas partes literais são diferentes.

Definição: Uma adição algébrica de monômios é toda expressão algébrica que contém somente adições ou subtrações de monômios, ou ambas as operações.

Podemos dizer que para efetuar a adição algébrica de monômios ou termos semelhantes, adicionamos algebricamente os coeficientes e mantemos a parte literal. Por exemplo,

$$\begin{array}{l}
 5ax - 7ax = -2ax \quad \bullet \quad \frac{2}{3}ay^2 - \frac{7}{6}ay^2 = -\frac{1}{2}ay^2 \quad \bullet \quad 9mn - 15mn + 6mn = 0mn = 0 \\
 (5 - 7) \leftarrow \quad \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \right) \leftarrow \quad (9 - 15 + 6) \leftarrow
 \end{array}$$

Definição: a multiplicação de monômios consiste em multiplicar os coeficientes (números) e as partes literais (variáveis) de cada monômio. Ao multiplicar as partes literais, somam-se os expoentes dos termos semelhantes.

Recordemos a seguinte propriedade de potenciação:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Agora, por meio do cálculo de área, vamos verificar como podemos efetuar a multiplicação entre monômios tendo como base a figura abaixo

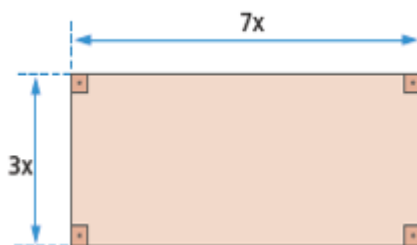


Figura 24: Monômios em área

Área: $(7x) \cdot (3x) = 7 \cdot 3 \cdot x \cdot x = 21x^2$

O monômio que representa a área desse retângulo é $21x^2$.

Definição: A divisão de monômios é o processo de dividir um monômio por outro monômio, onde o resultado é outro monômio ou um termo algébrico. Para realizar essa divisão, dividem-se os coeficientes entre si e as partes literais entre si, aplicando a propriedade da potenciação, assim temos que: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Por exemplo,

$$\frac{x^4}{x^2} = x^{4-2} = x^2$$

$$\frac{4x^4}{2x^2} = 2x^2$$

A potenciação de monômios segue da seguinte propriedade de potenciação:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Por exemplo,

$$(x^2)^4 = x^{2 \cdot 4} = x^8$$

$$(3x^3)^3 = 3^3 \cdot x^{3 \cdot 3} = 27 \cdot x^9$$

$$(2x^2y)^2 = 2^2 \cdot x^{2 \cdot 2} \cdot y^2 = 4x^4y^2$$

Definição: Um polinômio é qualquer monômio ou combinação de monômios. Assim, no polinômio temos vários termos contendo, números letras e expressões. Os monômios são assim, polinômios de apenas um termo.

Exemplo 13: $2x^2 + 3y - 2$ é um polinômio com duas variáveis

A adição ou a subtração de polinômios é feita da mesma forma que os monômios, respeitando-se as respectivas partes literais. Por exemplo,

$$(3x + 2) + (x + 1) = (3 + 1)x + (2 + 1) = 4x + 3$$

$$(2x - 2) - (3x + 4) = (2 - 3)x - (2 + 4) = -x - 6$$

No caso da multiplicação de polinômios, devemos fazer uso da propriedade distributiva, definida para $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ da seguinte maneira (respeitando-se as regras de sinais quando for o caso)

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

A distribuição da multiplicação de cada termo do primeiro polinômio irá acontecer com cada termo do segundo polinômio, e assim sucessivamente para o número de termos que o polinômio possuir. Por exemplo,

$$(x + 3).(x - y) = x.x - x.y + 3.x - 3.y = x^2 - xy + 3x - 3y$$
$$(x^2 + x)(2 - x^{-1}) = x^2.2 - x^{2-1} + x.2 + x^{1-1} = 2x^2 - x + 2x + x^0 = 2x^2 + x + 1$$

Lista de exercícios para finalização (30 min).

Na última parte da aula os alunos receberão uma lista de exercícios sobre os conteúdos apresentados. Auxiliaremos conforme os estudantes forem solicitando.

Referências

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 8o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 6o ano : ensino fundamental : anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

7.2 Lista de exercícios

1 - A respeito da resolução de expressões numéricas, assinale a alternativa correta:

- a) As operações devem ser feitas na ordem em que aparecem.
- b) É necessário calcular primeiro todas as operações no interior dos parênteses na ordem em que elas aparecem.
- c) A pessoa que realiza os cálculos escolhe a ordem mais oportuna para eles.
- d) Não existe ordem para realização dos cálculos em uma expressão numérica.
- e) As adições e subtrações são os últimos cálculos na lista de prioridades das expressões numéricas.

2 - Analise a solução da expressão algébrica abaixo e assinale a alternativa correta:

$$\{(10 \cdot 10 + 4 \cdot 11):12 - [(20 + 19 \cdot 10):39 + 15]\} + 50 =$$

$$\{(100 + 44):12 - [(39 \cdot 10):39 + 15]\} + 50 =$$

$$\{144:12 - [390:39 + 15]\} + 50 =$$

$$\{12 - [10 + 15]\} + 50 =$$

$$\{12 - 25\} + 50 =$$

$$- 13 + 50 =$$

37

- a) A resolução está correta, nenhum erro foi cometido.
- b) A resolução está correta, mas por coincidência, pois alguns erros foram cometidos.
- c) A resolução está incorreta, o verdadeiro resultado é 50.
- d) A resolução está incorreta, pois foi feita uma soma em vez de dar prioridade a uma multiplicação.
- e) A resolução está incorreta, pois as multiplicações devem ser feitas sempre depois das divisões.

3 - O valor numérico da expressão $ax + a^2 - a^2x + ax^2 - 2x^3 + 3a^3$, para $a = 2$ e $x = 1$ é:

- a) 12 b) 19 c) 20 d) 23 e) 26

4 - Durante a resolução de exercícios sobre expressões algébricas, o professor pediu para que os alunos realizassem a simplificação da expressão $8(3 - 5x) + 4(3x - 6)$. Se a simplificação for feita matematicamente, o polinômio encontrado será:

- a) $28x + 24$ b) -12 c) $-14x + 12$ d) $-28x$ e) $52x + 48$

5 - Um quadrado possui a medida dos seus lados iguais a $(x + 3)$. Sabendo que a área de um quadrado é igual ao quadrado do seu lado, então a área do quadrado em questão é igual a:

- a) $x^2 + 3$ b) $x^3 + 9$ c) $x^2 + 6x$ d) $x^2 + 6x + 9$ e) $x^2 + 6x + 3$

6 - Dadas as expressões algébricas a seguir, marque aquela que pode ser classificada como um binômio:

- a) ax^2 b) $3a + 2x$ c) $2ax$ d) $2x + 3y + z$ e) 2

7 - (Enem - 2019) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1000 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que essa empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por:

- a) $Y = 80X + 920$
- b) $Y = 80X + 1000$
- c) $Y = 80X + 1080$

- d) $Y = 160X + 840$
 e) $Y = 160X + 1000$

8 - O termo independente de x no desenvolvimento da expressão algébrica:

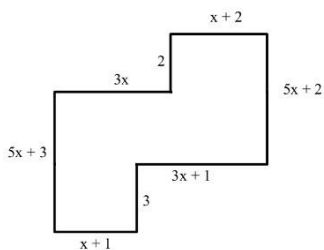
$(x^2 - 1)3 \cdot (x^2 + x + 2)^2$ é

- a) 4. b) -4. c) 8 d) - 8.

9 - Se $A = 2x + 4y + 5$, $B = 2x + 2y - 3$ e $C = +4x - y + 4$, então a expressão $A - B + C$ é igual a:

- a) $x + y + 12$
 b) $x + 2y + 12$
 c) $4x + y + 12$
 d) $4x + 4y + 12$

10 - Sabendo que $x = 4$, determine o perímetro do polígono:

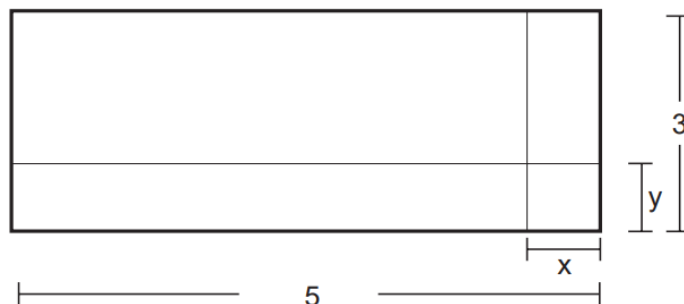


- a) 81
 b) 79
 c) 78
 d) 86

11 - Resolva a expressão $[3 \cdot (x^2y) \cdot (x^2y)] : (x^2y^2)$ e assinale a alternativa que apresenta a solução correta:

- a) $3x$ b) $3x^3$ c) x^2 d) $3x^2$

12 - (Enem) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$.

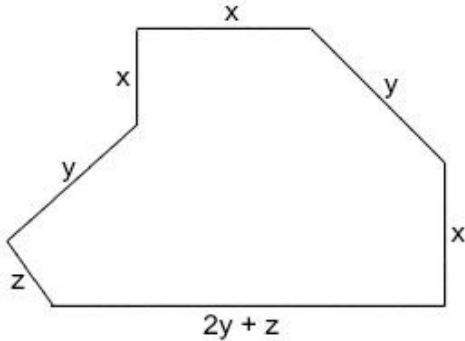


Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:

- a) $2xy$

- b) $15 - 3x$
- c) $15 - 5y$
- d) $-5y - 3x$
- e) $5y + 3x - xy$

13 - (EAM - Aprendiz de marinheiro) Analise a figura a seguir:



Suponha que o terreno comprado por um proprietário tenha a forma da figura acima e suas medidas sejam representadas, em unidades de comprimento, pelas variáveis X, Y e Z. A expressão algébrica que representa o perímetro desse terreno é:

- a) $2x + 3y + z$
- b) $3x + 4y + 2z$
- c) $3x + 3y + z$
- d) $3x + 2y + 3z$
- e) $4x + 3y + 2z$

14 - Conhecendo o polinômio $p(x) = 6x^4 + 3x^3 - 2x + x^5$ podemos afirmar que o seu grau é igual a:

- a) 4
- b) 5
- c) 12
- d) 11
- e) 13

15 - Ao realizar o produto dos polinômios P(x) e Q(x), sabendo que P(x) tem grau 3 e Q(x) tem grau 5, o grau do polinômio $P(x) \cdot Q(x)$ será:

- a) 5
- b) 8
- c) 15
- d) 2
- e) 9

16 - Dados $P(x) = x^2 - x + 6$ e $D(x) = x - 3$, e sendo $Q(x) = P(x) : D(x)$, então, o valor de $Q(-2)$ é:

- a) 1
- b) 2
- c) 0
- d) -1
- e) -2

17 - Dados os polinômios $P(x) = x^2 + 3x - 2$ e $Q(x) = x^2 - 5$, ou seja, $M(x) = P(x) \cdot Q(x)$, então, $M(3)$ é igual a:

- a) 65
- b) 74
- c) 58
- d) 64
- e) 90

18 - Qual deve ser o valor de k , para que o polinômio $P(x) = (k^2 - 16)x^4 + (k + 4)x^3 + kx^2 + 2x - 4$ tenha grau 2?

- a)4 b)-4 c) ± 4 d)16 e) -16

7.3 Relatório

No dia 21 de junho de 2025 nós (Leonardo, Carlos e Marcos) chegamos à sala organizando o espaço para a recepção dos alunos, como o dia estava frio e chuvoso acreditamos que teríamos um baixo público, porém os alunos assíduos se mostraram dedicados e compareceram à aula com um público de dezesseis alunos.

Neste dia trabalhamos o conteúdo de expressões algébricas, para isso fizemos uma retomada das expressões numéricas, pois temos as mesmas aplicações em relação às prioridades das operações e associatividades com utilização dos parênteses, colchetes e chaves. Uma boa parte dos alunos mostrou dificuldade na resolução das expressões numéricas utilizadas como exercícios, como dificuldade na resolução de potenciação e radiciação, assim como nas operações básicas. Isso demandou um bom tempo de auxílio pelos professores aos alunos para dirimir todas as dúvidas e posterior resolução no quadro. Resolvidas as dúvidas, transcorremos com a previsão dos conteúdos da aula.

Quando trabalhamos com os alunos a lei de formação de uma sequência, com exceção de alguns, notamos uma dificuldade acentuada, pois os alunos conseguiam prever qual seria os elementos posteriores na sequência, porém, quando tentavam generalizar uma lei de formação não conseguiram chegar a uma expressão baseada no n -ésimo termo, tentamos sanar as dúvidas, conseguindo em parte e seguimos para a próxima atividade.

Trabalhamos os monômios e polinômios que os alunos afirmavam desconhecer o significado, explicando também as operações. Nas operações entre polinômios, retomamos a propriedade distributiva envolvendo a multiplicação de polinômios que era essencial para resoluções das questões apresentadas.

Por fim, finalizamos com um tempo de 15 minutos, com a entrega da folha de exercícios que os alunos ficaram resolvendo até a finalização do tempo de aula.

8º Encontro – 28/06/2025

8.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Equação do 1º grau

Objetivo geral: Desenvolver a compreensão e aplicação de equações e sistemas lineares, utilizando representações algébricas e gráficas para a resolução de problemas.

Objetivos específicos: Identificar e resolver equações do 1º grau com uma ou duas incógnitas. Diferenciar equações equivalentes. Interpretar e aplicar o conceito de conjunto universo e solução. Resolver equações fracionárias e literais. Utilizar métodos algébricos e gráficos na resolução de sistemas lineares.

Tempo de execução: 4 horas-aula

Recursos didáticos: régua, lápis, projetor, quadro e giz.

Metodologia: Aula expositiva e uso de tecnologia (*Geogebra*).

Encaminhamento metodológico:

1ª Aula: Introdução as equações e Equações do 1º grau (50min).

Para início da aula, iremos esclarecer as dúvidas provenientes da aula passada e, na sequência, dar início ao conteúdo do dia, com um contexto histórico sobre equações.

Quando precisamos determinar o valor de um ou mais números desconhecidos em uma situação, podemos transformar o texto correspondente em uma sentença escrita em linguagem matemática por meio de letras e símbolos. A primeira referência a equações de que se tem notícia consta no Papiro de Rhind, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam da Matemática. Os egípcios não utilizavam a notação algébrica atual, e os métodos de solução de uma equação eram complexos e trabalhosos. Os gregos resolviam equações usando a Geometria. Na obra *Elementos*, de Euclides, encontramos soluções geométricas de equações. Foram os árabes que, cultivando a Matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações.

Situados historicamente, seguiremos com a definição.

Equação: É toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja um ou mais símbolos que representem números desconhecidos dessa sentença. Cada símbolo que representa um número desconhecido chama-se incógnita. Como toda equação é uma igualdade, também indicamos os membros de uma equação como primeiro membro (à esquerda da igualdade) e 2º membro (à direita da igualdade).

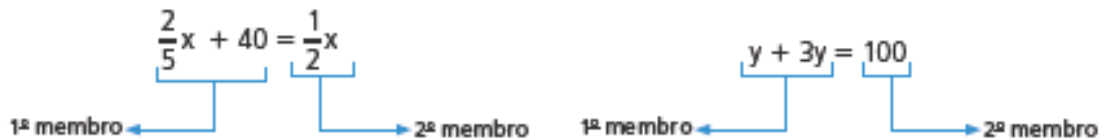


Figura 25: elementos de uma equação

Conjunto solução de uma equação (raiz de uma equação): conjunto S cujos elementos são os valores das incógnitas que satisfazem a equação, isto é, ao substituirmos a(s) incógnita(s) pela(s) raiz(es) e calcularmos, separadamente, os valores numéricos de cada membro da igualdade, devemos ter uma igualdade válida (sentença verdadeira).

Exemplo 1: Considere a equação $x + 2 = 6$. Supondo que x seja um número do conjunto $U = \{0,1,2,3,4,5\}$, temos que

$$x + 2 = 6 \rightarrow (0) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \rightarrow (1) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \rightarrow (2) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \rightarrow (3) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

$$x + 2 = 6 \rightarrow (4) + 2 = 6 \text{ (V)}$$

$$x + 2 = 6 \rightarrow (5) + 2 = 6 \text{ (F)}$$

Verificamos que apenas o número 4 torna a sentença verdadeira, ou seja, 4 é o elemento que satisfaz a equação dada. Portanto, $S = \{4\}$.

O conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, formado por todos os elementos que a incógnita x pode assumir, é denominado conjunto universo da equação.

Exemplo 2: Verificar se -6 é raiz da equação $3x - 5 = 5x + 7$.

$$1^\circ \text{ membro: } 3x - 5 \Rightarrow 3 \cdot (-6) - 5 = -18 - 5 = -23$$

$$2^\circ \text{ membro: } 5x + 7 \Rightarrow 5 \cdot (-6) + 7 = -30 + 7 = -23$$

Como os valores obtidos em cada membro são iguais, segue que -6 é raiz da equação dada.

Exemplo 3: Verificar se 2 é raiz da equação $y^2 - 5y = 3y + 6$.

$$1^\circ \text{ membro: } y^2 - 5y \Rightarrow (2)^2 - 5 \cdot (2) = 4 - 10 = -6$$

$$2^\circ \text{ membro: } 3y + 6 \Rightarrow 3 \cdot (2) + 6 = 6 + 6 = 12$$

Nesse caso, a igualdade dos membros não se verificou, pois $-6 \neq 12$. Concluímos que 2 não é raiz da equação dada.

Equações equivalentes: Em um mesmo conjunto universo, duas ou mais equações que apresentam a mesma raiz ou solução são denominadas equações equivalentes. Por exemplo, são equivalentes as equações

$$x + 3 = 10$$

$$x = 10 - 3$$

$$x = 7$$

pois todas admitem 7 como raiz.

Podemos obter uma equação equivalente a uma equação dada utilizando os princípios de equivalência de uma igualdade.

Exemplo 4: Obter uma equação equivalente à equação $x + 3 = 8$ e escrevê-la de modo mais simples.

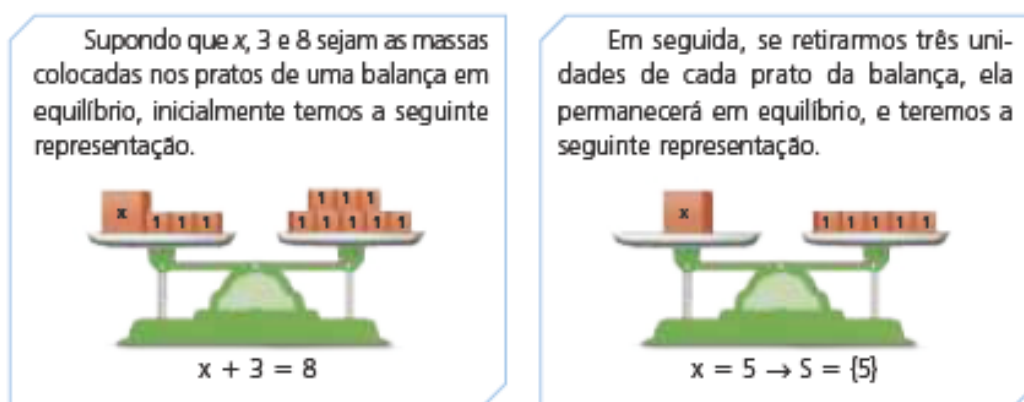


Figura 26: Relação de equivalência

Observe o cálculo associado a essa representação.

$$x + 3 = 8: \text{ equação dada, para a qual } S = \{5\}.$$

$$x + 3 + (-3) = 8 + (-3): \text{ adicionamos } -3 \text{ aos dois membros da equação.}$$

$x + 3 - 3 = 8 - 3$: realizamos as operações pertinentes.

$x = 5$: Obtemos uma equação equivalente à equação dada, de onde facilmente concluímos que $S = \{5\}$.

As equações $x + 3 = 8$ e $x = 5$ são equivalentes, pois ambas apresentam a mesma solução, o número 5. Observe que, para obter a equação $x = 5$, equivalente à equação dada, adicionamos um mesmo número aos dois membros da equação $x + 3 = 8$ (princípio aditivo da igualdade).

Equação do 1º grau com uma incógnita: Toda equação que pode ser reduzida à forma $ax + b = 0$, em que x representa a incógnita, e a e b são números reais com $a \neq 0$, é denominada equação do 1º grau na incógnita x , pois a maior potência presente na incógnita é 1. Os números a e b são denominados coeficientes da equação. Por exemplo,

- $3x - 12 = 0$ equação do 1º grau na incógnita x , com coeficientes

$$a = 3 \text{ e } b = -12$$

- $-2y - 10 = 0$ equação do 1º grau na incógnita y , com coeficientes

$$a = -2 \text{ e } b = -10$$

Há, ainda, equações do 1º grau que, aparentemente, não estão na forma $ax + b = 0$, por exemplo $3(x - 1) = 6$. Nesses casos, utilizando os princípios de equivalência das igualdades, essas equações podem ser reduzidas à forma:

$$ax + b = 0$$

Resolvendo equações do 1º grau com uma incógnita

Iremos resolver a equação $5x + 1 = 36$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

Aplicando o princípio aditivo, adicionamos (-1) aos dois membros da equação, isolando o termo que contém a incógnita x no 1º membro.

$$5x + 1 = 36$$

$$5x + 1 + (-1) = 36 + (-1)$$

$$5x + 1 - 1 = 36 - 1$$

$$5x = 35$$

Aplicando o princípio multiplicativo, multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{5}$, descobrindo, assim, o valor do número x .

$$5x \cdot \frac{1}{5} = 35 \cdot \frac{1}{5}$$
$$x = 7$$

Como $7 \in \mathbb{Q}$, temos que 7 é a raiz ou solução da equação, isto é, $S = \{7\}$.

Equações na resolução de problemas: Vamos aplicar o que foi abordado até o momento na resolução de problemas. Para isso, enunciaremos os seguintes passos:

1° passo: Ler com atenção o problema e anotar os dados.

2° passo: Traduzir o enunciado para a linguagem algébrica, obtendo uma equação correspondente.

3° passo: Resolver a equação estabelecida.

4° passo: Analisar o resultado obtido e dar a resposta conveniente.

Problema 1: Em uma turma, 20% dos estudantes praticam capoeira. Sabendo que o restante da turma (24 estudantes) treina outros esportes, quantos estudantes há, ao todo, nessa turma?

Problema 2: Em uma escola na qual há turmas de 6°, 7°, 8° e 9° anos do Ensino Fundamental, um terço dos estudantes está matriculado no 6° ano; um quarto no 7° ano; três décimos no 8° ano; e 140 estudantes estão no 9° ano. Quantos estudantes estão matriculados nas turmas do 6° ao 9° ano dessa escola?

Problema 3: Uma pesquisa realizada com os estudantes de uma turma da Escola Laranjeira mostrou que os 42 estudantes dessa turma gostam somente de samba, ou gostam somente de música sertaneja, ou gostam desses dois ritmos musicais. Quando a professora perguntou “Quem gosta de música sertaneja?”, 36 estudantes levantaram a mão. E quando a professora perguntou “Quem gosta de samba?”, 28 estudantes levantaram a mão. Nessa turma, quantos estudantes gostam tanto de música sertaneja quanto de samba?

2ª Aula Equações fracionárias e literais (50 min).

Uma equação é fracionária quando tem pelo menos uma incógnita no denominador, sempre fora de radical. Resolvemos as equações fracionárias de

maneira similar ao modo que resolvemos outras equações. Devemos, porém, excluir do conjunto solução da equação fracionária os valores da incógnita que anulam o denominador de cada um dos termos da equação.

Exemplo 5: Uma fábrica produz, em 1 hora, 2 400 parafusos, que são distribuídos igualmente em x caixas. No fim desse período, constatou-se que os parafusos de 5 caixas estavam com defeitos. Com isso, foi necessário reduzir a quantidade de parafusos em 400 unidades para que as caixas restantes recebessem a mesma quantidade de parafusos que receberiam inicialmente. No início, quantas caixas seriam usadas para distribuir os parafusos produzidos em 1 hora?

Solução: Considerando que a quantidade de parafusos em cada caixa é dada por $\frac{\text{quantidade total de parafusos}}{\text{quantidade de caixas}}$, obtemos a seguinte equação em que x é a quantidade inicial de caixas.

$$\frac{2400}{x} = \frac{2400 - 400}{x - 5},$$

Devemos excluir os valores $x = 0$ e $x = 5$, que anulam os denominadores do 1º e do 2º membro da equação respectivamente. Além disso, somente a solução inteira positiva é solução. Para resolver essa equação, determinamos o mmc $(x, x - 5) = x(x - 5)$ e reduzimos as frações ao mesmo denominador.

$$\frac{2400}{x(x - 5)} = \frac{2000}{x(x - 5)} \Rightarrow \frac{2400(x - 5)}{x(x - 5)} = \frac{2000x}{x(x - 5)}$$

$$2400x - 12\,000 = 2000x$$

$$2400x - 2000x = 12\,000$$

$$400x = 12\,000$$

$$x = \frac{12\,000}{400} = 30$$

Apresentaremos essa resolução e colocaremos alguns exemplos para os alunos fazerem durante a aula.

Exercício 1: Determinar o número real x que seja a solução da equação seguir:

$$\frac{2x}{x - 3} = \frac{3}{x} + 2$$

Exercício 2: Encontrar a solução da equação:

$$\frac{1 + t}{1 - t} = \frac{3 + t^2}{1 - t^2}$$

Uma equação literal do 1º grau é uma equação onde a incógnita (variável cujo valor se busca) é do primeiro grau (expoente 1) e que possui, além dessa incógnita, outras letras que representam valores numéricos conhecidos ou constantes (parâmetros). Em outras palavras, é uma equação que contém letras além da incógnita, e essas letras são consideradas como números conhecidos no contexto da resolução da equação. Por exemplo, a equação do primeiro grau $ax + b = c + d$ é literal, onde x é a incógnita e a, b, c, d são os parâmetros.

Resolveremos as equações literais do 1º grau na incógnita x da mesma maneira que resolvemos outras equações do 1º grau.

Exemplo 6: Considerando x a incógnita, resolver a equação $8x + 7a = 2x + 25a$, em que $a \in \mathbb{R}$.

$$8x + 7a = 2x + 25a$$

$$8x = 2x + 25a - 7a$$

$$8x = 2x + 18a$$

$$8x - 2x = 18a$$

$$6x = 18a$$

$$x = \frac{18a}{6} = 3a$$

Após a demonstração, iremos novamente propor para os alunos fazerem alguns exemplos.

Exercício 3: Considerando x a incógnita, resolver as equações:

a) $3(mx + n) - 2mx = 5n$

b) $5bx + 2a = bx + 3a$

c) $3(ax + b) = 2(ax - b)$

3ª Aula: Equação do 1º grau com duas incógnitas (50 min).

Toda equação que pode ser reduzida a uma equação equivalente na forma $ax + by = c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ e $b \neq 0$, é denominada equação do 1º grau com duas incógnitas. São exemplos de equações do 1º grau com duas incógnitas (x e y):

• $x + y = 10$

• $3x + 2y = 16$

$$\bullet 7x - 5y = 9$$

Dependendo do conjunto universo, uma equação do 1º grau com duas incógnitas, x e y , pode ter infinitas soluções, cada uma delas indicada por um par ordenado de números: o primeiro número representa o valor da incógnita x ; e o segundo representa o valor da incógnita y . Essa ordem precisa ser respeitada, daí o nome par ordenado.

Exemplo 7: O par ordenado $(2,5)$ é solução da equação $3x + 2y = 16$? Sabendo que $x = 2$ e $y = 5$,

$$3x + 2y = 16$$

$$3 \cdot (2) + 2 \cdot (5) = 16$$

$$6 + 10 = 16$$

Como $6 + 10 = 16$ é uma sentença verdadeira, concluímos que o par ordenado $(2,5)$ é solução da equação dada.

Exemplo 8: O par ordenado $(5,2)$ é solução da equação $3x + 2y = 16$? Neste caso, fazendo $x = 5$ e $y = 2$ na equação dada, obtemos a sentença falsa $15 + 4 = 16$. Assim, $(5,2)$ não é solução da equação dada. Este exemplo ilustra a importância da ordem dos pares ordenados.

Exercício 4: Determinar a solução da equação $3x + 2y = 16$ quando $y = -1$.

Exercício 5: Verifique se o par ordenado $(5, -2)$ é uma das soluções das seguintes equações.

a) $5x + 2y = 21$

b) $x - 9y = 23$

c) $10x - y = 48$

d) $6x + 6y = 18$

e) $3x - 4y = -23$

f) $0,5x - 0,3y = 1,9$

A representação geométrica no plano cartesiano de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, em que $U = \mathbb{R}$, é uma reta. Como exemplo, vamos representar a equação $x + y = 3$ no plano cartesiano. Inicialmente, construímos um quadro, atribuímos alguns valores para x e calculamos os respectivos valores de y . Com isso, determinamos alguns pares ordenados que são soluções dessa equação.

X	Y	Par ordenado (x, y)
-1	$-1 + y = 3 \Rightarrow y = 3 + 1 = 4$	(-1,4)
0	$0 + y = 3 \Rightarrow y = 3 - 0 = 3$	(0,3)
1	$1 + y = 3 \Rightarrow y = 3 - 1 = 2$	(1,2)

Montaremos o gráfico no quadro. Após esse momento, iremos montar o gráfico no *software Geogebra* e mostraremos aos alunos que os pontos poderão ser interseccionados por uma reta e que bastaria apenas dois pontos para formá-la.

4ª Aula: Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas (50 min).

Definimos um sistema de equações como um conjunto de equações que compartilham as mesmas incógnitas, ou seja, o valor assumido por uma incógnita será o mesmo assumido pela mesma incógnita na outra equação do sistema. A solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, x e y , por exemplo, é um par ordenado (x, y) que é solução tanto da primeira equação quanto da segunda.

Exemplo 9: Analise o seguinte sistema de equação:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$$

O par ordenado $(10, 4)$ é solução desse sistema, pois os valores satisfazem as duas equações simultaneamente:

$$x + y = 14$$

$$10 + 4 = 14 \text{ (verdadeira)}$$

$$4x + 2y = 48$$

$$4 \cdot 10 + 2 \cdot 4 = 48$$

$$40 + 8 = 48 \text{ (verdadeira)}$$

Utilizamos como métodos de resolução mais corriqueiros os métodos da adição (ou subtração) e substituição.

Método da substituição: De acordo com o exemplo trabalhado anteriormente, obtemos o sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$$

Para resolver esse sistema pelo método da substituição, acompanhamos os passos a seguir:

1° passo: Na 1ª equação, isolamos a incógnita x .

$$x + y = 14$$

$$x = 14 - y$$

2° passo: Na 2ª equação, substituímos x por $14 - y$ e calculamos o valor de y .

$$4x + 2y = 48$$

$$4(14 - y) + 2y = 48$$

$$56 - 4y + 2y = 48$$

$$56 - 2y = 48$$

$$-2y = 48 - 56$$

$$-2y = -8$$

$$2y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{2} \Rightarrow y = 4$$

3° passo: Substituímos y por 4 na equação $x = 14 - y$ e obtemos o valor de x .

$$x = 14 - y$$

$$x = 14 - 4$$

$$x = 10$$

Então a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$ é o par ordenado $(10,4)$.

Método da Adição: Vamos estudar como resolver um sistema de duas equações do 1° grau com duas incógnitas usando o método da adição.

Exemplo: Determinar a solução (x, y) do sistema $\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 2x - 3y = 14 \end{cases}$

1° passo: Como as duas equações apresentam termos opostos ($+3y$ na primeira e $-3y$ na segunda), adicionamos as duas equações membro a membro. Isso permite obter uma única equação, equivalente às equações dadas, sem a incógnita y , pois os termos opostos, quando adicionados, resultam em zero.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 2x - 3y = 14 \end{cases} \\ \hline 7x + 0 = 35 \end{array} \rightarrow 7x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{7} \rightarrow x = 5$$

2° passo: Substituindo x por 5 em uma das equações do sistema, obtemos o valor de y .

$$5x + 3y = 21$$

$$5 \cdot 5 + 3y = 21$$

$$25 + 3y = 21$$

$$3y = 21 - 25$$

$$3y = -4$$

$$y = \frac{-4}{3}$$

A solução do sistema é o par ordenado $S = \left\{5, -\frac{4}{3}\right\}$.

Podemos ter então um sistema com uma solução para cada incógnita, mas também podemos ter sistemas com infinitas soluções e sem solução, como apresentados nos exemplos abaixo.

Sistema com infinitas soluções

$$\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 10x + 6y = 42 \end{cases}$$

E temos sistema sem solução como,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases}$$

A seguir, proporemos exercícios para os alunos resolverem.

Referências

Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 6º ano ao 8º ano: ensino fundamental: anos finais / José Ruy Giovanni Júnior. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2022.

8.2 Lista de exercícios

1 - (Enem 2024) Uma empresa produz mochilas escolares sob encomenda. Essa empresa tem um custo total de produção, composto por um custo fixo, que não depende do número de mochilas, mais um custo variável, que é proporcional ao número de mochilas produzidas. O custo total cresce de forma linear, e a tabela apresenta esse custo para três quantidades de mochilas produzidas.

O custo total, em real, para a produção de 80 mochilas será:

- a) 2400,00.
- b) 2520,00.
- c) 2550,00.
- d) 2700,00.
- e) 2800,00.

Quantidade de mochilas	30	50	100
Custo total (R\$)	1050,00	1650,00	3150,00

2 - (Enem – 2024) Duas empresas do mercado de pequenos reparos domésticos determinam o valor de seus serviços a partir de um valor fixo acrescido de um valor cobrado por hora. A empresa X cobra R\$ 60,00 de valor fixo mais R\$ 18,00 por hora de serviço prestado. A empresa Y cobra R\$ 24,00 de valor fixo e está definindo um novo valor a ser cobrado por hora. Sua estratégia de mercado prevê que, em relação à empresa X, o custo total do serviço deve ser menor ou igual para trabalhos de até duas horas de duração. Qual é o valor máximo, em real, que a empresa Y poderá cobrar por hora de serviço prestado a fim de atender à sua estratégia de mercado?

- a) 18 b) 36 c) 48 d) 54 e) 78

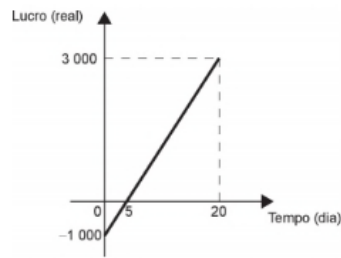
3 - (Enem – 2017) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R\$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R\$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

- a) $L(x) = 50x - 1\,200$
b) $L(x) = 50x - 12\,000$
c) $L(x) = 50x + 12\,000$
d) $L(x) = 500x - 1\,200$
e) $L(x) = 1\,200x - 500$

4 - (Enem - 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.

- a) $L(t) = 20t + 3\,000$
- b) $L(t) = 20t + 4\,000$
- c) $L(t) = 200t$
- d) $L(t) = 200t - 1\,000$
- e) $L(t) = 200t + 3\,000$



5 - (Enem – 2008) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

- a) R\$ 14,00 b) R\$ 17,00 c) R\$ 22,00 d) R\$ 32,00 e) R\$ 57,00

6 - (Enem – 2009) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado. Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre:

- a) 4,0m e 5,0m b) 5,0m e 6,0m c) 6,0m e 7,0m
- d) 7,0m e 8,0m e) 8,0m e 9,0m

7 - Um grupo de amigos está indo a um show e precisa comprar ingressos. Os ingressos custam R\$ 40,00 cada para estudantes e R\$ 60,00 cada para não estudantes. O grupo é composto por 8 amigos. No total, foram gastos R\$ 360,00 na compra dos ingressos. Escreva um sistema de equações do primeiro grau que represente essa situação e, em seguida, resolva-o para encontrar o número de ingressos de cada tipo.

8 - Em uma feira as maçãs custam R\$ 2,00 cada e bananas custam R\$ 1,50 cada. Você decide comprar um total de 10 frutas e gasta R\$ 17,00 no total. Escreva um sistema de equações do primeiro grau que represente essa situação e, em seguida, resolva-o para encontrar o número de maçãs e bananas compradas.

9 - (Colégio Militar/RJ – 2014) Um trem viaja de uma cidade a outra sempre com velocidade constante. Quando a viagem é feita com 16 km/h a mais na velocidade, o tempo gasto diminui em duas horas e meia, e quando é feita com 5 km/h a menos na velocidade, o tempo gasto aumenta em uma hora. Qual é a distância entre estas cidades?

- a) 1200 km b) 1000 km c) 800 km d) 1400 km e) 600 km

10 - Sabe-se x e y são as incógnitas do seguinte sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 5y = 2 \end{cases}$ linear:
O valor do produto entre x e y é:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 5

11 - Em um clube, há dois tipos de público, os sócios e os não sócios. Durante o evento da virada de ano, o clube decidiu fazer uma festa em que os sócios pagariam R\$ 50,00 para participar e os não sócios pagariam R\$ 120,00. Sabendo que no evento havia um total de 300 pessoas e que foram arrecadados R\$ 22.700,00, o número de sócios e não sócios que foram à festa é de, respectivamente,

- A) 210 e 90. B) 190 e 110. C) 180 e 120.
D) 150 e 150. E) 200 e 100.

12 - (Saeb 2011) Um teste é composto por 20 questões classificadas em verdadeiras ou falsas. O número de questões verdadeiras supera o número de questões falsas em 4 unidades. Sendo x o número de questões verdadeiras e y o número de questões falsas, o sistema associado a esse problema é:

A) $\begin{cases} x - y = 20 \\ x = 4 - y \end{cases}$ B) $\begin{cases} x - y = 20 \\ y = 4x \end{cases}$ C) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x = 4y \end{cases}$ D) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

13 - (Enem 2018) Durante uma festa de colégio, um grupo de alunos organizou uma rifa. Oitenta alunos faltaram à festa e não participaram da rifa. Entre os que compareceram, alguns compraram 3 bilhetes, 45 compraram 2 bilhetes e muitos compraram apenas 1. O total de alunos que comprou 1 único bilhete era 20% do

número total de bilhetes vendidos, e o total de bilhetes vendidos excedeu em 33 o número total de alunos do colégio.

Quantos alunos compraram somente 1 bilhete?

- a) 34 b) 42 c) 47 d) 48 e) 79

8.3 Relatório

No dia 21 de junho de 2025 nós (Leonardo, Carlos e Marcos) chegamos à sala organizando o espaço para a recepção dos alunos no formato tradicional, recebemos um baixo público aquém do esperado. Realizamos o acolhimento dos alunos questionando se restava alguma dúvida referente às aulas passadas e ou da lista de exercícios cuja resolução foi enviada via *Whatsapp*.

Realizamos uma fala sobre o contexto histórico das abordagens algébricas com igualdades, definindo e conceituando as equações de primeiro grau e seus elementos.

Selecionamos alguns exemplos que foram resolvidos por nós no quadro e passamos uma pequena lista de exercícios para que os alunos identificassem os coeficientes ou que tentassem chegar ao valor da incógnita x . A grande maioria dos alunos apresentou uma dificuldade acentuada na resolução das equações de primeiro grau, demandando muito auxílio individual pelo nosso grupo aos alunos. Todo esse primeiro processo durou as duas primeiras aulas, levando mais tempo do que o esperado.

Após o retorno do intervalo, abordamos a resolução de equações de primeiro grau através de interpretação de situações-problema. Instruímos os alunos a realizarem a leitura atenta do enunciado do problema para, posteriormente, anotar as informações relevantes, transformando a situação em uma sentença matemática traduzida pela equação do primeiro grau. Após toda a explicação quanto à sugestão de roteiro e orientações para resolução, fizemos a resolução de um dos problemas para servir como exemplo. Após a resolução do exemplo, os alunos tinham 3 problemas para interpretar e resolver. Novamente dedicamos muito tempo auxiliando os alunos, devido às dificuldades apresentadas.

Percebendo que o tempo estava bem avançado, realizamos a resolução dos exercícios com o objetivo de resolver as dúvidas que persistiam. Tentamos explicar os princípios aditivos e multiplicativos junto com princípio da equivalência justificando

o famoso “passa para o outro lado da igualdade com operação invertida”. No entanto, os alunos sentiram muita dificuldade, optando por continuar utilizando os métodos de cálculo tradicional, ainda que alguns alunos tenham compreendido bem os fundamentos, coincidentemente os que mais se destacaram na resolução em todas as aulas desde o começo do curso. Portanto, a parte do plano que estava prevista para os primeiros cinquenta minutos acabou tomando as quatro horas-aulas do dia. Não vemos como um prejuízo, haja visto que o encontro seguinte seria destinado as funções do primeiro grau, de modo que o bom domínio das equações do primeiro grau viabilizam um bom entendimento dessas funções.

9º Encontro – 05/07/2025

9.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Função do primeiro grau (Plano cartesiano, coordenadas, definição, equação da reta, elementos, coeficientes e zero da função).

Objetivo geral: Desenvolver a compreensão conceitual e a capacidade de representação, interpretação e resolução de situações-problema envolvendo funções do 1º grau, utilizando o plano cartesiano, a equação da reta e a análise de seus coeficientes, promovendo conexões entre a linguagem algébrica, geométrica e situações cotidianas.

Objetivos específicos: Identificar os eixos, quadrantes e origem do sistema cartesiano, localizar e representar pontos a partir de coordenadas dadas, interpretar a função do 1º grau em diferentes linguagens: verbal, algébrica, gráfica, analisar o significado geométrico do coeficiente angular e linear, associar o coeficiente angular à inclinação da reta (crescimento ou decréscimo), utilizar tabelas de valores e identificar pontos pertencentes à reta e traçar a reta no plano cartesiano a partir da equação e resolver problemas envolvendo a função do 1º grau em contextos diversos.

Recursos didáticos: régua, lápis, compasso (opcional), projetor (geogebra), quadro e giz.

Metodologia: Aprendizagem entre pares e utilização de tecnologias (*GeoGebra*).

Encaminhamento metodológico:

Acolhimento, Contexto histórico e construção do plano cartesiano (50 min).

Para início da aula iremos dirimir as dúvidas provenientes da aula passada e, na sequência dar início ao conteúdo do dia, com um contexto histórico sobre funções:

“O conceito de função evoluiu, de forma significativa nos últimos três séculos. Ele passou por várias generalizações e ampliações. O termo “função” parece ter sido introduzido por Leibniz, em 1694. Newton, por exemplo, utilizava a palavra fluente para designar algo que variava à medida que o tempo passa. A posição, a velocidade e a aceleração de um corpo seriam, na linguagem de Newton, os fluentes importantes da mecânica. Nas várias formulações empregamos o conceito de variável, que Lejeune Dirichlet (1805 – 1859) definia, assim: uma variável é um símbolo que representa um elemento qualquer de um determinado conjunto de números. Johann Bernoulli considerava como função qualquer expressão envolvendo uma só variável e algumas constantes. Outro conceito difundido no ensino médio é o de Leonard Euler, a quem devemos também a notação de $f(x)$ para designar função da variável x . De acordo com Euler, função seria uma equação ou fórmula envolvendo variáveis e constantes. Joseph Fourier (1768 – 1830) ampliou tal conceito para incorporar uma relação mais geral entre as variáveis denominada “série”. Bernoulli formulou um conceito de função centrado na ideia de relação entre conjuntos de números. É uma definição muito ampla e que pode ser formulada da seguinte maneira: se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde, mediante a aplicação de uma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma função de x .”(Marques, 2014, p.33)

Construção do plano cartesiano

Em primeiro lugar definiremos o que é um eixo, como sendo uma reta orientada com uma origem fixa. Para simplificar a explicação, considerando um eixo horizontal, seu sentido será positivo sempre percorrermos este eixo da esquerda para a direita. Podemos utilizar uma interpretação análoga caso o eixo seja vertical.

Procederemos com a construção de um plano cartesiano juntamente com os alunos por meio do seguinte roteiro: Consideremos dois eixos x e y perpendiculares em O , os quais determinam o plano α ; dado um ponto P qualquer, $P \in \alpha$, conduzamos por ele duas retas:

$$x' // x \text{ e } y' // y$$

Denominemos P_1 a intersecção de x com y' e P_2 a intersecção de y com x' . Nessas condições definimos:

- Abcissa de P é o número real $x_p = \overline{OP_1}$
- Ordenada de P é o número real $y_p = \overline{OP_2}$
- Coordenadas de P são os números reais x_p e y_p , geralmente indicados na forma de um par ordenado (x_p, y_p) .

- d) Eixo das abcissas é o eixo x (ou Ox).
- e) Eixo das ordenadas é o eixo y (ou Oy).
- f) Sistema de eixos cartesiano ortogonal (ou ortonormal ou retangular) é o sistema xOy .
- g) Origem do sistema é o ponto O .
- h) Plano cartesiano é o plano α .

A figura a seguir ilustra a construção feita

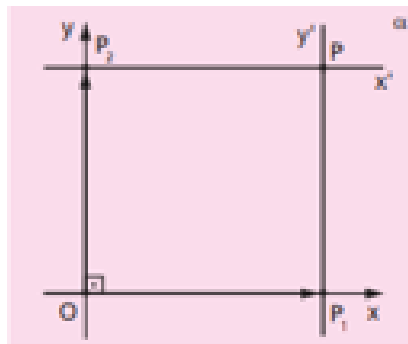


Figura 27: Construção do Plano Cartesiano

A partir de agora utilizaremos o sistema cartesiano (veja figura abaixo) em que:

- a origem é o ponto $O = (0,0)$;
- o eixo x é a reta real horizontal;
- o eixo y é a reta real vertical.

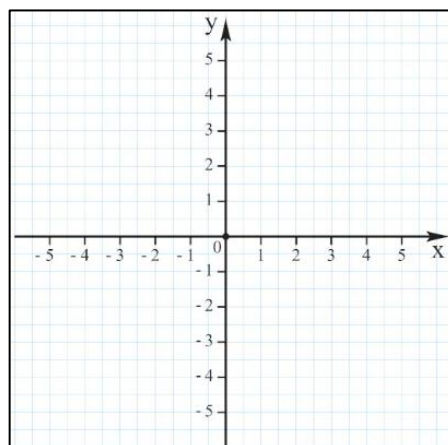


Figura 28: Plano Cartesiano

Sistema de coordenadas (10 min).

Para introduzir a atividade, faremos junto com os alunos a marcação de quatro pares ordenados no plano cartesiano $A = (1,2)$; $B = (-1,2)$; $C = (-1,-2)$ e $D = (1,-2)$, utilizando o quadro. Durante essa explicação, destacaremos a função dos eixos x e y , mostrando como localizar corretamente cada ponto a partir de suas coordenadas, aproveitando a posição dos pontos no plano para identificar a posição dos quatro quadrantes do plano cartesiano. O objetivo é que os alunos visualizem e compreendam o processo de marcação no plano cartesiano de forma prática e concreta.

Em seguida, os alunos receberão um exercício individual no qual deverão utilizar o mesmo plano cartesiano para marcar quatro pontos, $E = (3,4)$, $F = (-3,4)$, $G = (3,-4)$ e $H = (-3,-4)$ seguindo os pares ordenados fornecidos. Essa atividade permitirá que eles apliquem o que foi demonstrado, reforçando a aprendizagem por meio da prática.

Definição de função, esquema de flechas, domínio, contradomínio e imagem (50 min).

Definição de função: Dados dois conjuntos A e B não vazios, uma relação $f: A \rightarrow B$ recebe o nome de função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $y = f(x)$.

Esquema de flechas: Vejamos agora, com o auxílio do esquema de flechas, que condições deve satisfazer uma relação f de A em B para ser função:

- 1ª: É necessário que todo elemento de A esteja ligado a um elemento de B ;
- 2ª: É necessário que cada elemento de A não esteja ligado a mais de um elemento de B .

Assim, f não será uma função se existir um elemento de A do qual não parta flecha alguma ou se existir um elemento de A do qual partam duas ou mais flechas.

Exercício: Estabeleça se cada um dos esquemas das relações abaixo define ou não uma função de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

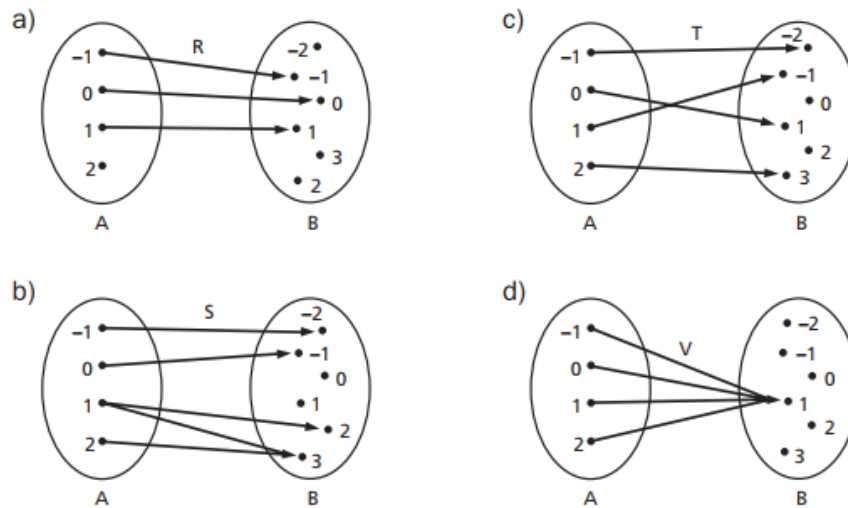


Figura 29: Diagrama de Flechas

Domínio: Chamamos de domínio o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $y = f(x)$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

$$\text{domínio} = \text{conjunto de partida}$$

isto é:

$$D = A$$

Contradomínio: O conjunto B recebe o nome de contradomínio.

Imagem: Chamamos de imagem o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $y = f(x)$. Portanto, imagem é um subconjunto do contradomínio, isto é,

$$Im \subset B$$

Elementos, coeficientes e zero da função, função crescente, decrescente, constante (50 min).

Uma função do primeiro grau, também conhecida como função afim, é uma relação matemática que associa cada valor de uma variável (geralmente representada por x) a um único valor de outra variável (geralmente denotada por y), de acordo com uma lei de formação específica. Essa lei é expressa pela fórmula: $y = ax + b$, onde a e b são números reais e a é diferente de zero.

Coefficiente angular e linear de uma função: O coeficiente a da função $y = ax + b$ é denominado **coeficiente angular** ou declividade da reta representada no plano cartesiano. O coeficiente b da função $y = ax + b$ é denominado **coeficiente linear**.

Exemplo: Na função $y = 2x + 1$ o coeficiente angular é 2 e o coeficiente linear é 1. Observe que, se $x = 0$, temos $y = 1$. Portanto, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y .

Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/ywgmqshr> (Comportamento de uma função conforme seu Coeficiente angular).

Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/bsrb7epy> (Comportamento de uma função conforme seu Coeficiente linear).

Exercício: Obtenha a equação da reta que passa pelo ponto $(1, 3)$ e tem coeficiente angular igual a 2.

Resolução: A equação procurada é da forma $y = ax + b$.

Se o coeficiente angular é 2, então $a = 2$.

Substituindo $x = 1$, $y = 3$, $a = 2$, em $y = ax + b$, vem:

$$3 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 1$$

A equação procurada é $y = 2x + 1$.

Zero da função afim

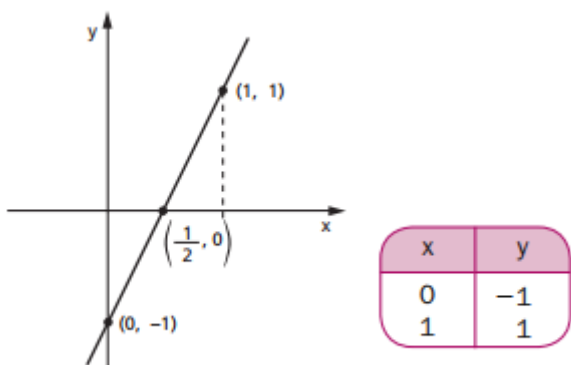
O zero de uma função (ou raiz da equação $f(x) = 0$) é todo número x cuja imagem é nula, isto é, o valor de x tal que $f(x) = 0$. Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação do 1º grau em x

$$ax + b = 0$$

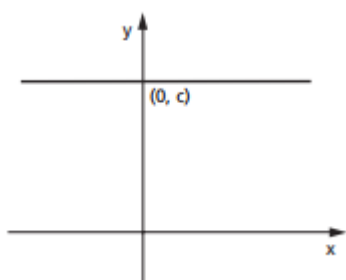
que apresenta uma única solução, a saber, $x = -\frac{b}{a}$.

Exemplo: O zero da função $f(x) = 2x - 1$ é $x = \frac{1}{2}$, pois fazendo $2x - 1 = 0$ obtemos o valor para $x = \frac{1}{2}$. Podemos interpretar o zero da função afim como sendo abscissa do ponto onde o gráfico de f corta o eixo dos x .

Exemplo: Fazendo o gráfico da função $y = 2x - 1$, podemos notar que a reta intercepta o eixo dos x em $x = \frac{1}{2}$, isto é, no ponto $(\frac{1}{2}, 0)$.



Função constante: Uma função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de função constante quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$.



Portanto, na função constante, o valor do coeficiente angular é 0, pois não terá formação de ângulo com o eixo x .

$$f(x) = c$$

Exercício: Construa em um mesmo gráfico as funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} :

- a) $y = x$ b) $y = 2$ c) $y = -x$ d) $y = -3$ e) $y = 0$

Referências:

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**, Volume 1: Conjuntos, Funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MARQUES, G. C. **Fundamentos de Matemática I: Funções**. Universidade de São Paulo (USP), Licenciatura em Ciências – Módulo 1. ed. USP, 2014. Disponível em: https://midia.atp.usp.br/plc/plc0001/impressos/plc0001_02.pdf. Acesso em: 02/07/2025.

9.2 Lista de exercícios

1 - Sobre o plano cartesiano, julgue as afirmativas a seguir:

I - O eixo horizontal é conhecido também como eixo das abscissas.

II - O ponto A (-5, 3) é um ponto do terceiro quadrante.

III - O eixo vertical é conhecido também como eixo das ordenadas.

Podemos afirmar que:

- a) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- b) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- c) Somente a afirmativa III é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.

2 - Em um plano cartesiano, foram marcados os pontos A (2, 3), B (-1, 2), C (2, -3) e D (1, 0). O único quadrante em que não há nenhum ponto marcado é:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV

3 - O plano cartesiano é um sistema de coordenadas desenvolvido por René Descartes. Esse sistema de coordenadas é formado por duas retas perpendiculares, chamadas de eixos cartesianos. O plano cartesiano é dividido em quadrantes. Sobre os quadrantes do plano cartesiano, considerando um ponto A (x, y), em que $x > 0$ e $y < 0$, temos um ponto que pertence ao:

- a) primeiro quadrante
- b) segundo quadrante
- c) terceiro quadrante
- d) quarto quadrante
- e) eixo das abscissas

4 - (USP) Uma das diagonais de um quadrado tem extremidades A (1; 1) e C (3; 3). As coordenadas dos outros dois vértices são:

- a) (2; 3) e (3; 2)
- b) (3; 1) e (1; 3)
- c) (3; 0) e (1; 4)

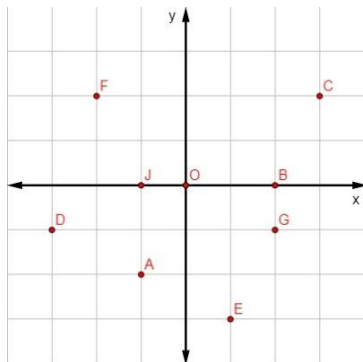
d) (5; 2) e (4; 1)

e) nda.

5 - (FGV) Em um paralelogramo, as coordenadas de três vértices consecutivos são, respectivamente, (1, 4), (-2, 6) e (0, 8). A soma das coordenadas do quarto vértice é:

- a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

6 - No plano cartesiano a seguir, estão marcados alguns pontos. Podemos afirmar que



pertencem ao quarto quadrante os pontos:

- a) G e E
b) D e A
c) D, A e J
d) F e J
e) G, E, O e B

7 - Sobre o plano cartesiano, julgue as afirmativas a seguir:

I - Os pontos no plano cartesiano são conhecidos como par ordenado.

II - No primeiro quadrante, o par ordenado (x, y) é composto por dois números positivos.

III - No quarto quadrante, o par ordenado (x, y) é composto por dois números negativos.

As afirmativas I, II e III são, respectivamente:

- a) Verdadeira, falsa e verdadeira.
b) Falsa, verdadeira e verdadeira.
c) Verdadeira, verdadeira e falsa.
d) Falsa, verdadeira e falsa.
e) Verdadeira, verdadeira e verdadeira.

8 - (Unicamp - 2016) Considere a função afim $f(x) = ax + b$ definida para todo número real x , onde a e b são números reais. Sabendo que $f(4) = 2$, podemos afirmar que $f(f(3) + f(5))$ é igual a:

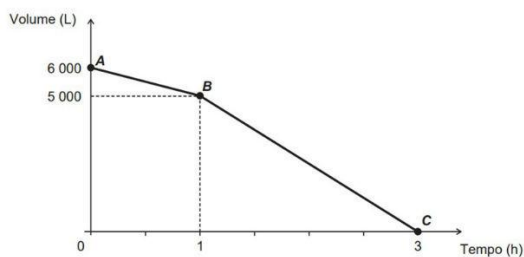
- a) 5
b) 4
c) 3
d) 2

9 - (Encceja 2018) Uma prestadora de serviços cobra pela visita à residência do cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço na residência. O valor da visita é R\$ 40 e o valor da hora para realização do serviço é R\$ 20.

Uma expressão que indica o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço é:

- a) $P = 40h$
- b) $P = 60h$
- c) $P = 20 + 40h$
- d) $P = 40 + 20h$

10 - (Enem - 2016) Uma cisterna de 6 000 L foi esvaziada em um período de 3h. Na primeira hora foi utilizada apenas uma bomba, mas nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O



gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.

Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

- a) 1000
- b) 1250
- c) 1500
- d) 2000
- e) 2500

11 - (Cefet - MG - 2015) Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R\$ 5,00 e mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. O valor total arrecadado (R) num dia é função da quantidade total (x) de quilômetros percorridos e calculado por meio da função $R(x) = ax + b$, em que a é o preço cobrado por quilômetro e b , a soma de todas as taxas fixas recebidas no dia. Se, em um dia, o taxista realizou 10 corridas e arrecadou R\$ 410,00, então a média de quilômetros rodados por corrida, foi de

- a)14
- b)16
- c)18

d) 20

12 - (Enem - 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_O = -20 + 4P$$

$$Q_D = 46 - 2P$$

Em que Q_O é quantidade de oferta, Q_D é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_O e Q_D se igualam. Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

a) 5

b) 11

c) 13

d) 23

e) 33

13 - (Enem 2021) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R\$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R\$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

a) $L(x) = 50x - 1\,200$

b) $L(x) = 50x - 12\,000$

c) $L(x) = 50x + 12\,000$

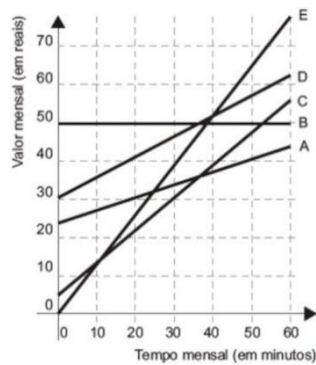
d) $L(x) = 500x - 1\,200$

e) $L(x) = 1\,200x - 500$

14 - (UFSM) Sabe-se que o preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, que é denominada bandeirada, e uma parcela variável, que é função da distância percorrida. Se o preço da bandeirada é de R\$ 4,60 e o quilômetro rodado é R\$ 0,96, a distância percorrida pelo passageiro que pagou R\$ 19 para ir de sua casa ao shopping é de:

- a) 5 km
- b) 10 km
- c) 15 km
- d) 20 km
- e) 25 km

15 - (Enem 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

9.3 Relatório

No dia 05 de julho de 2025, nós iniciamos a aula às 8 horas com o acolhimento dos alunos do curso. Após esse momento inicial, repassamos alguns avisos importantes relacionados ao próximo encontro, informando que no encontro seguinte faríamos uma confraternização (festa junina) e que não seria permitido convidar pessoas não participam do PROMAT, destacando que os alunos poderiam comparecer vestidos a caráter e que cada um ficaria responsável por trazer alguma comida típica para a festa junina.

Dando continuidade à aula, iniciamos com uma abordagem histórica sobre o conceito de função, relacionando-a a alguns pensadores e matemáticos importantes, como Leibniz, Newton, Dirichlet e Bernoulli.

Para introduzir o conteúdo de funções, construímos passo a passo o plano cartesiano, utilizando a lousa como recurso. Abordamos temas como: definição de eixos cartesianos, identificação dos eixos x e y , o que é um par ordenado e como marcá-lo no plano cartesiano. Inicialmente, propusemos quatro exemplos de pares ordenados para marcação coletiva no plano. Após constatar a assimilação por parte dos alunos, propusemos outros quatro pares para que eles os marcassem individualmente, com o intuito de fixar os conteúdos introdutórios.

Na segunda parte da aula, tratamos dos conceitos de domínio, contradomínio e imagem. Para facilitar a compreensão, construímos um diagrama de flechas, demonstrando visualmente a relação entre os elementos do domínio e do contradomínio. Formalizamos as diferenças entre esses três conceitos e, diante da dificuldade percebida na distinção entre contradomínio e imagem, tornamos a explicação mais lúdica: comparamos o domínio (conjunto A) à nossa casa e o contradomínio (conjunto B) aos comércios do bairro. As setas de A para B representavam o "deslocamento" de casa aos comércios; assim, os elementos de B que não recebiam flechas eram pertencentes ao contradomínio, mas não à imagem. Após a compreensão desse conteúdo, apresentamos exemplos de relações para que os alunos identificassem quais delas representavam de fato uma função. No retorno do intervalo, retomamos o exemplo de função identificado e utilizamos o site do *GeoGebra* como apoio para a representação gráfica. Com isso, os alunos

conseguiram visualizar os elementos que pertencem ao contradomínio, mas não à imagem.

Apresentamos também a semelhança entre equações do primeiro grau e funções do primeiro grau. De forma espontânea, os próprios alunos mencionaram a principal diferença entre elas: "Na equação do primeiro grau temos uma incógnita, já na função temos uma variável."

Em seguida, discutimos os coeficientes da função do primeiro grau, apresentando o coeficiente angular da reta e exemplificando no *GeoGebra*. Também trabalhamos o coeficiente linear, contextualizando graficamente com o mesmo exemplo. Ao final dessa parte, propusemos um exercício prático, no qual os alunos deveriam determinar a equação de uma reta a partir de um ponto conhecido e do coeficiente angular e então distribuímos a lista de exercícios. Próximo ao encerramento da aula, realizamos o sorteio dos tipos de comidas que cada aluno deveria levar para o próximo encontro e finalizamos a atividade do dia.

10º Encontro 12/07/2025

10.1 Plano de aula

Estagiários: Leonardo Luiz Luzzi, Marcos Vinícius e Carlos Henrique da Rocha Pires

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio.

Conteúdo: Proporcionalidade e Polígonos.

Objetivo geral: Reconhecer os diferentes polígonos e seus elementos, identificar grandezas direta e inversamente proporcionais.

Objetivos específicos: Desenvolver o raciocínio lógico na identificação os polígonos, resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Recursos didáticos: Materiais confeccionados em EVA, folha de papel e caneta.

Metodologia: Aprendizagem entre pares e utilização de tecnologias (geogebra).

Encaminhamento metodológico:

Início das dinâmicas (50 min).

Para o último encontro do PROMAT, os alunos de todo o curso serão divididos em 10 grupos, e a cada 15 minutos, um grupo passará por uma dinâmica de cada

sala. Sendo que em cada sala teremos 2 dinâmicas. Sendo assim, teremos as seguintes dinâmicas para os alunos ocorrendo simultaneamente.

- **Dinâmicas (150 min):**

A corrida das proporcionalidades (150 min)

Iremos propor a sequência de 25 exercícios para que os alunos possam resolver e assim, iremos pontuar as equipes, conforme quadro pontuação abaixo.

Equipes	Pontuação
1° lugar	100
2° lugar	50
3° lugar	50
4° lugar	50
5° lugar	50
6° lugar	50
7° lugar	50
8° lugar	50
9° lugar	50
10° lugar	50

Iremos realizar as seguintes questões para trabalhar o conteúdo sobre proporcionalidade:

Lista de questões

- 1- Numa partida de basquete, Francis fez 15 arremessos, acertando 9 deles. Qual a razão do número de acertos para o número total de arremessos de Francis? **R: 9/15.**
- 2- Um veículo desenvolve a velocidade média de 75 m/s durante 3 horas. Quantos quilômetros o veículo percorrerá? **R: 810 km.**
- 3- Para fazer um refresco, misturamos suco com água na razão de 3 para 5. Quantos copos de água devem ser misturados se colocar 9 copos de suco? **R: 15 copos de água**
- 4- Uma maquete foi construída na razão de 1:40. Se a altura de um edifício na maquete for de 90 cm, qual é a altura real desse prédio? **R: 36 metros**
- 5- A soma de dois números é 24 e eles são proporcionais a 7 e 5. Quais são estes números? **R: 10 e 14**

- 6- Numa receita de bolo, está escrito que são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizados. Quantos ovos serão necessários utilizados para 2 kg de farinha?
R: 8 ovos
- 7- Para produzir 120 blocos de cimento, uma fábrica consome 420 kg de material. Quantos quilogramas seriam consumidos para produzir 1000 blocos? **R: 3500 kg**
- 8- Um pacote contém 35 chocolates. Qual é o total de chocolates contidos em 4 pacotes? **R: 140 chocolates**
- 9- Para pintar 48 m² de parede de sua casa, João gastou R\$ 90,00 em uma lata de tinta. Se ele quiser pintar 240 m², quantos reais ele terá que arranjar para conseguir pintar? **R: 360 reais**
- 10-Num teste de 20 questões, Roberta acertou 16. Qual é a razão do número de acertos de Roberta para o número total de questões? **R: 4/5**
- 11-Se repartimos 420 reais em três parcelas, diretamente proporcionais a 3, 4 e 7, quais seriam as três parcelas? **R: 90, 120 e 210.**
- 12-Samara e David formaram uma sociedade. Samara entra com R\$ 3000,00 e David com R\$ 2000,00. Conseguiram R\$ 6000,00 de lucro, quanto receberá cada um? **R: R\$ 2.400 de lucro.**
- 13-Vamos repartir 380 em parcelas inversamente proporcionais aos números 2, 4 e 5. Quais serão as parcelas? **R: 200, 100 e 80**
- 14-Seis metros de um certo tecido custam R\$ 75,00. Qual o preço de 24 metros desse mesmo tecido? **R: R\$ 300,00**
- 15-Uma senhora consome duas caixas reumatix a cada 45 dias. Quantas caixas ela consome por ano? **R: 16 caixas por ano**
- 16-Na bandeira brasileira, o comprimento e a largura são proporcionais a 7 e 10. Carla que fazer uma bandeira com 2 m de comprimento. Quanto medirá a largura? **R: 1,4 m de largura**
- 17-Para encher um tanque são necessários 80 recipientes com capacidade para 8 L cada um. Quantos recipientes com capacidade para 2 L cada serão utilizados para encher esse mesmo tanque? **R: 320 recipientes**
- 18-Luiz contratou 3 pedreiros para realizarem uma reforma em sua casa. O prazo combinado para o término do serviço foi 8 dias. Mantendo o mesmo ritmo de

trabalho, quantos dias 6 pedreiros levariam para terminar essa mesma reforma? **R:**

4 dias

19-Em uma fábrica, 3 máquinas, trabalhando sem parar, produzem 230 peças por hora. Mantendo o mesmo ritmo de trabalho, quantas peças serão produzidas por 6 máquinas nesse mesmo intervalo de tempo? **R: 460 peças**

20-Em uma empresa, 3 máquinas levam 28 dias para finalizar um serviço. Mantendo o mesmo ritmo de trabalho, quantas máquinas serão necessárias para concluir o mesmo serviço no período de 7 dias? **R: 12 máquinas.**

21-Se numa conta de luz mensal, o custo de 1 kWh é de R\$ 0,50, quanto custará em um mês se o valor for relacionado a 250 kWh? **R: R\$ 125,00**

22-Uma secretária digitou 48 laudas em 10 horas. Em quanto tempo ela consegue digitar 72 laudas? **R: 30 horas**

23-Um avião com velocidade de 600 km/h gasta 20 min da cidade A até B. Se outro avião voasse com 800 km/h, em quanto tempo chegaria da cidade A até B? **R: 15 min.**

24-Vinte e quatro operários fazem uma obra em cinco dias. Em quanto tempo quarenta operários, igualmente capacitado, fariam a mesma obra? **R: 3 dias**

25-Com 5 litros de gasolina, um automóvel percorre a distância de 40 km. Quantos quilômetros percorrerá o mesmo automóvel com 20 litros de gasolina? **R: 160 km**

26-“As medidas dos três ângulos de um triângulo são proporcionais a 4, 7 e 9. Sabendo que a soma dos três ângulos é 180° , quanto vale o maior ângulo? **R: 81 graus**

Formando Polígonos com 4 triângulos:

A dinâmica consiste em construir figuras geométricas planas a partir de triângulos isósceles obtidos de um quadrado de 15 cm de lado, desenvolvendo raciocínio espacial, reconhecimento de propriedades geométricas e cooperação. Para a construção utilizamos EVA, régua, tesoura e estilete, desenhando um quadrado de lados de 15 cm traçando suas diagonais e as recortando, obtendo assim quatro triângulos isósceles.

Regra do jogo: O professor irá anunciar aos alunos a introdução da dinâmica: Vocês estão recebendo cada um uma quantia de quatro triângulos iguais, e devem com eles, montar as figuras geométricas que serão anunciadas, não podendo haver sobreposição de peças e todas devem ser utilizadas, assim não pode faltar ou sobrar

peças nas montagens das figuras. Vocês Terão o tempo de 30 segundos para cada figura, sendo que a partir da 4ª figura o tempo será ampliado em 10 segundos, e ao ser anunciado que o tempo acabou todos devem levantar as mãos. Os professores irão verificar se as montagens estão corretas anotando a quantia de erros a cada rodada, sendo que as equipes serão ordenadas de acordo com a menor quantia de erros na soma de todas as rodadas, portanto vence a equipe que contar com a menor quantia de erros dentre os seus integrantes. Ainda é permitido auxiliar os colegas do grupo de forma verbal e mostrando com suas peças como fazer a montagem, porém, não podendo tocar as peças do colega, cada integrante deve realizar a sua montagem, se desmontar a sua figura para mostrar ao colega como montar e o tempo se esgotar e ter a sua figura incompleta constará como erro.

Sequência de polígonos a serem montados:

- Quadrado, retângulo não quadrado, trapézio, paralelogramo não reto, triângulo isósceles, polígono côncavo, Quadrado interno e externo (disposição em que os triângulos formam um quadrado externo com um “buraco” quadrado no meio)

10.2 Relatório

Chegamos à sala de aula por volta das 07h30min, organizando as carteiras para formar dois grupos distantes um de cada, pois seria aplicada duas dinâmicas simultaneamente para dois grupos. Organizamos também algumas carteiras no corredor fora da sala para acomodar as comidas da festa junina.

Na chegada os alunos foram encaminhados para uma sala onde foram divididos em equipes determinadas por cor. Cada equipe foi encaminhada a uma sala para iniciar as dinâmicas, que começaram as 08h30min. A previsão de execução era de 150 min, ou seja, 2h15min com previsão de finalização às 10h45min. Iniciadas as dinâmicas, nos dividimos para aplicar ambas as dinâmicas simultaneamente, que transcorreram sem muitas dificuldades. Cronometramos o tempo das equipes para que todos tivessem a mesma chance de vitória. Cada dinâmica teria o tempo de 15 minutos, sendo 10 minutos para aplicação, 2 minutos para explicação e troca de dinâmica dentro da sala e aproximadamente 3 minutos para troca de sala.

A última dinâmica se encerrou às 10h37min com um tempo de sobra de 8 minutos. Durante a aplicação alguns alunos de outros grupos e alguns professores

nos relataram que a nossa sala estava em atraso em relação ao tempo para cada dinâmica e que deveríamos encurtar o tempo para ajustar com as outras salas, porém como já foi demonstrado acima, finalizamos com uma sobra de 8 minutos, assim optamos por não encurtar o tempo para ser justo com a competição e com as equipes propiciando a mesma oportunidade para todos, tendo de ser firmes em nossa convicção mantendo o planejamento, mesmo que em outras salas haviam finalizado.

Os alunos foram liberados e feitas as festividades de encerramento, todos foram reunidos em uma sala, onde fizemos os agradecimentos, anunciamos os grupos que ficaram nas três primeiras posições, procedemos às premiações, finalizando o PROMAT com a organização das salas e carteiras que haviam sido dispostas nos corredores.

Considerações finais

Ao final desses dez encontros com os alunos, deparamo-nos com inúmeros desafios. Um deles surgiu logo no início, quando os primeiros planos de aula se mostraram excessivamente trabalhosos, dificultando a definição de um padrão de organização devido à nossa inexperiência. Além disso, enfrentamos outras dificuldades, como a conciliação das tarefas entre os integrantes e as relações interpessoais durante as aulas e o trabalho com os alunos. Um tema bastante discutido atualmente — a docência compartilhada — foi colocado em prática no curso do PROMAT, revelando-se uma experiência enriquecedora.

Esperávamos um público maior, com base no número de inscrições, mas a participação foi inferior ao previsto. Conforme relatado em experiências anteriores, a frequência diminuiu ao longo dos encontros. Outro aspecto evidente foi a disparidade entre os alunos: enquanto alguns assimilavam os conteúdos e realizavam as atividades com facilidade, outros apresentavam dificuldades significativas em tópicos considerados básicos.

Cada encontro representou um grande desafio para equilibrar essas questões. Em muitos momentos, sentimo-nos frustrados, pois precisávamos interromper o andamento da aula para dedicar atenção individualizada a cada aluno, garantindo que todos compreendessem o conteúdo antes de prosseguir. Como estratégia para os

alunos mais avançados, distribuímos listas de exercícios adicionais, permitindo que resolvessem as atividades enquanto aguardavam os demais.

Essa experiência foi extremamente valiosa para nossa formação docente, pois nos permitiu vivenciar alguns dos desafios enfrentados pelos professores em seu cotidiano. A necessidade de adaptar as aulas para atender a diferentes perfis de alunos — desde aqueles com dificuldades até os mais avançados —, além de considerar possíveis transtornos mentais ou limitações físicas (como baixa visão, cegueira ou deficiência auditiva), reforçou a importância de uma educação verdadeiramente inclusiva, que contemple todos os estudantes, sem exceção.

Apesar das dificuldades, sentimo-nos realizados ao concluir esse ciclo. Esperamos ter feito diferença na vida de cada aluno que nos acompanhou nessa jornada desafiadora. Que o conhecimento adquirido não se restrinja à vida na escola, mas também contribua para sua formação como cidadãos em uma sociedade cada vez mais complexa e exigente.

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: A contextualização do conteúdo. 7. ed. São Paulo: Ática, 2012.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Márcia. A matemática na escola: desafios e perspectivas. 7. ed. Porto Alegre: Artmed, 2003.

MACHADO, Nilson José. Fundamentos epistemológicos da matemática. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

Paiva, Manoel. Matemática: Paiva / Manoel Paiva. – 3. Ed. – São Paulo: Moderna 2015.

Silva, Claudio Xavier da. Matemática aula por aula / Claudio Xavier da Silva, Benigno Barreto Filho. – 2. ed. renov. – São Paulo: FTD, 2005. – (coleção matemática aula por aula)

lezzi, Gelson. Matemática: ciência e aplicações, volume 1: ensino médio / Gelson lezzi... [et al.]. – 7. ed. – São Paulo: Saraiva, 2013.

Giovanni Junior, José Ruy. Castrucci, Benedito. A conquista da matemática, 6º ano. Ed. renovada. – São Paulo: FTD, 2009. – (Coleção a conquista da matemática)

lezzi, Gelson. Dolce, Osvaldo. Machado, Antônio. 1939. *Matemática e realidade*: 6ª série. – 4. ed. reform. – São Paulo: Atual 2000.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. Campinas: Cortez, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

OLIVEIRA, Marcelo S. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Boletim online de Educação Matemática**, v. 7, n. 14, p. 79-93, 2019. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816>. Acessado em: 24 jul. 2025.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66–91, 2000.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultura, 1999.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007